ISSN 2219-5256

ВЕСТНИК

ИВАНОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕР-СИТЕТА

Серия «Естественные, общественные науки»

Вып. 2, 2013 **Биология. Химия. Физика. Математика**

Научный журнал **Издается с 2000 года**

Журнал зарегистрирован в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций Свидетельство о регистрации ПИ № 77-16954 от 5 декабря 2003 г.

Подписной индекс
в каталоге «Пресса России» 41512

Электронная копия журнала размещена
на сайтах www.elibrary.ru, www.ivanovo.ac.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Биология

Химия

Физика

Математика

Адрес редакции:
153025 Иваново, ул. Ермака, 39, к. 362
тел./факс (4932) 32-66-00
e-mail: dipol53@mail.ru

Над выпуском работали:
директор издательства *Л. В. Михеева*
редакторы: *О. В. Батова*, *О. В. Боронина*, *В. А. Киселева*
компьютерная верстка *Г. Б. Клецкина*

ISSN 2219-5256

IVANOVO STATE UNIVERSITY BULLETIN

Series “Natural, Social Sciences”

Issue 2, 2013 Biology. Physics. Chemistry. Mathematics

Scientific journal Issued since 2000

The journal is registered in the Russian Federation Ministry of Press, Television and Radio Broadcasting and Mass Communications
Registration certificate PI № 77-16954 of December 5, 2003

Index of subscription in the catalogue “Russian Press” 41512

Electronic copy of the journal can be found on the web-sites www.elibrary.ru, www.ivanovo.ac.ru

CONTENTS

Biology

Chemistry

Address of the editorial office:
153025, Ivanovo, Ermak str., 39, office 362
tel./fax (4932) 32-66-00
e-mail: dipol53@mail.ru

Editorial staff:
Publishing house director *L. V. Mikheeva*
Editors: *O. V. Batova*, *O. V. Boronina*, *V. A. Kiseleva*
Computer layout *G. B. Klyotskina*

БИОЛОГИЯ

УДК 612.821

В. Н. Зарипов, С. Е. Львов, А. Ф. Богомолов, О. В. Карпова

РОЛЬ РЕЗОНАНСНОЙ ВИБРАЦИИ В ТРОФИКЕ ДЕНЕРВИРОВАННОЙ КОНЕЧНОСТИ БЕЛЫХ КРЫС

Показано, что локальное резонансное вибровоздействие способствует восстановлению трофики тканей конечности после фасцикулярного шва седалищного нерва у экспериментальных животных.

Ключевые слова: седалищный нерв, восстановление нерва после шва, резонансная вибрация.

Local reverberatory vibration promotes restoration of throphics of fabrics of an extremity after fathciculary juncture of a sciatic nerve at experimental animals.

Key words: the sciatic nerve, restoration of a nerve after a seam, resonant vibration.

Травмы периферических нервов широко распространены как в мирное время, так и в военное. В последние годы отмечается стойкая тенденция к увеличению их частоты. Результаты лечения пациентов с повреждениями нервов могут быть существенно улучшены за счет разработки новых способов оперативных вмешательств и выполнения адекватных реабилитационных мероприятий, проводимых под контролем объективных обследований, позволяющих выбирать оптимальную тактику восстановительного лечения.

В настоящее время существуют сообщения о высокой эффективности вибрационной терапии для восстановления функции мышц травмированных конечностей. В этих целях используются как стационарные, так и портативные генераторы колебаний. Вибрация способствует удалению вредных для клетки метаболитов и оказывает влияние на процессы, идущие в самом сократительном веществе мышечной ткани, приводит к достоверному увеличению мышечной силы, вызывает изменения в циркуляторном русле, которые поддерживают кровообращение в поврежденных конечностях на более оптимальном уровне. Изучение механизмов влияния вибрационного фактора показало, что вибрация оказывает воздействие на организм на различных уровнях организации: на молекулярном [2, 4, 5], тканевом и органном уровнях, являясь адекватным раздражителем для мышц [1], наконец, на системном [3, 6, 8]. Эта особенность позволяет использовать вибрацию в качестве лечебного фактора, хотя некоторые механизмы действия вибрации до конца не раскрыты [4, 7].

Целью данного исследования было изучение изменений трофики тканей задней конечности у экспериментальных белых крыс в различные сроки после фасцикулярного шва седалищного нерва при местном резонансном вибровоздействии.

Работа была выполнена на базе кафедры физиологии человека и животных Ивановского государственного университета.

Эксперименты проведены на 24 белых беспородных крысах-самцах, в возрасте 2—3 месяцев, массой 200—300 г. Все животные были разделены на две группы: контрольную, в которую вошло 12 животных, и опытную, состоявшую также из 12 животных. У крыс обеих групп под галотановым наркозом была произведена перерезка седалищного нерва в средней трети правого бедра. Сразу после перерезки на нерв накладывался фасцикулярный шов. В дальнейшем крысы опытной группы подвергались воздействию резонансной вибрации на область средней трети бедра.

Для оценки функционального состояния конечности использовались визуальные наблюдения и инструментальные методы исследования.

При визуальном контроле изменений неврологического статуса выявлялись признаки нейродистрофических процессов. Это развивающиеся нарушения трофики, которые обусловлены выпадением нервных влияний. К ним относятся: возникновение трофических язв на кожных покровах, аномалии роста когтей, сухость кожи оперированной конечности.

На первом этапе эксперимента производилось пересечение седалищного нерва с последующим его сшиванием. Под галотановым наркозом с кожи правого бедра удалялся шерстный покров, кожа трижды обрабатывалась 70 %-м раствором этилового спирта. На задней поверхности бедра проводился разрез кожи длиной около 2,5 см, тупо и остро разделялись мышцы, выделялся седалищный нерв, который пересекался в средней его трети. Под операционным микроскопом, при 25-кратном увеличении, с использованием микрохирургического инструментария производился фасцикулярный шов седалищного нерва нитью пролен 8/0. Затем рана ушивалась послойно и обрабатывалась 2 %-м спиртовым раствором бриллиантового зеленого. Вышедшие из наркоза крысы помещались в индивидуальные клетки. Швы снимались на 7-й день после операции.

Второй этап начинался на 7-е сутки после операции. Эксперименты проводились еженедельно на протяжении двух месяцев.

Опытные животные помещались в специально разработанный станок, где правая задняя конечность фиксировалась на твердо закрепленной горизонтальной площадке. После осмотра здоровой и оперированной конечностей к проекции шва седалищного нерва подводился вибровод, а вибродатчик располагался на 5 мм дистальнее.

Вибровод генерировал частотные колебания в диапазоне от 20 до 40 Гц, при этом определялось, какой частоте соответствует максимальная амплитуда колебаний, фиксируемая вибродатчиком. Эту частоту и принимали за резонансную. Начиная с 7-го дня после оперативного вмешательства производилось вибровоздействие на выявленной резонансной частоте в течение 10 мин на протяжении 10 дней.

При изучении изменения когтей было выявлено следующее. У четырех крыс контрольной группы после оперативного вмешательства отмечалось их отсутствие. К концу 8-й недели у этих животных начинался рост когтей. У восьми крыс контрольной группы когти были аналогичны когтям на здоровой лапе.

В опытной группе у 10 крыс на протяжении восьми недель исследования изменений не наблюдалось: когти были аналогичны таковым на здоровой лапе. У одной крысы из этой группы отмечалось удлинение когтей, а у одной — отсутствие когтей с началом их роста на 4-й неделе эксперимента.

Анализ изменений по критерию «шелушение и сухость кожи на подошвенной поверхности стопы и межпальцевых промежутков» показал, что у четырех крыс из контрольной группы эти признаки проявлялись уже на 1-й неделе и сохранялись на протяжении последующих четырех недель эксперимента. У остальных восьми крыс отмечались сухость и шелушение кожи со 2-й недели, которые сохранялись на протяжении двух недель. В последующем кожные покровы на стопе были чистыми.

В опытной группе данные изменения отмечались у двух крыс на 2-й неделе и у двух крыс на 3-й неделе наблюдений. У остальных восьми крыс этих признаков на протяжении всего исследования не наблюдалось.

Важный показатель выпадения нервных влияний — появление трофических язв на коже. Это может быть обусловлено нарушением выделения нейромедиаторов, нарушением секреции комедиаторов и нарушением секреции трофогенов.

В обеих группах экспериментальных животных трофические язвы после оперативного вмешательства не появлялись. Однако отмечались участки гиперемии на пяточной области стоп размерами от 0,2 до 0,3 см у одной крысы из опытной группы на 1-й неделе эксперимента, а у трех крыс из контрольной группы на 1-й неделе и у трех — на 3—4-й неделе.

Таким образом, на основании проведенных исследований можно сделать вывод, что десятидневное локальное резонансное вибровоздействие способствует восстановлению трофики тканей конечности после фасцикулярного шва седалищного нерва у экспериментальных животных.

Библиографический список

1. *Гранит Р.* Основы регуляции движения. М. : Мир, 1973. 208 с.
2. *Azuma T., Ohhashi T., Sakaguchi M.* Microvibration: capable of inducing spontaneous contrations in smooth muscles // Proc. Soc. Exp. Biol. Med. 1976. Vol. 151, № 3. P. 484—486.
3. Force and displacement-controlied teadon vibration in humans / P. Cordo, S. C. Gandevia, J. P. Hales, D. Burke, G. Laird // Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol. 1993. Vol. 89, № 1. P. 45—53.
4. *Honda H., Koiwa Y., Takishima N.* Matemathical model of the effects of mechanical vibration crossbridge kinetics in cardiac muscle // Jpn. Circ. J. 1994. Vol. 58, № 6. P. 416—425.
5. *Ljung D., Sivertsson R.* Vibration-induced inhibition of vascular smooth muscle contraction // Dlood Vessels. 1975. Vol. 12, № 1. P. 38—52.
6. *Martin B. J., Roll J. P. Gauthier G. M.* Spinal reflex alterations as a function of intensity and frequency of vibration applied to the feetof seated subjects // Aviat Space Environ. Med. 1984. Vol. 55, № 1. P. 8—12.
7. *Pantaleo T., Duranti R., Bellini F.* Effects of vibratory of stimulation on muscular pain threshold asblink response in human subjects // Pain. 1986. Vol. 24, № 2. P. 239—250.
8. *Rogers D. K., Bendrups A. P., Lewiss P. P.* Disturbed proprioception following a period of muscivibration in humans // Neurosci Lett. 1985. Vol. 57, № 2. P. 147—152.

УДК 612.821

В. Н. Зарипов, М. О. Баринова, А. Н. Булыгин

ВЛИЯНИЕ УМСТВЕННОЙ НАГРУЗКИ НА СОСТОЯНИЕ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ ОРГАНИЗМА СТУДЕНТОК

Приводятся данные о влиянии умственных нагрузок разной интенсивности на состояние сердечно-сосудистой системы организма студенток.

Ключевые слова: реоэнцефалография, вариабельность ритма сердца, кардиоинтервалография, умственная нагрузка.

The data on influence of intellectual loading of different intensity on the condition of the cardiovascular system of students' organisms are presented in the article.

Key words: rheoencephalography, heart rate variability, tachography, intellectual loading.

Умственная работоспособность студентов в значительной степени зависит от нормального функционирования сердечно-сосудистой системы. Известно, что самые незначительные изменения умственной активности находят отражение в интенсивности обменных процессов и сдвигах церебрального кровотока, вызывая стойкие изменения тонуса и реактивности интракраниальных сосудов.

Целью настоящего исследования является изучение влияния умственных нагрузок разной интенсивности на состояние сердечно-сосудистой системы организма студенток.

Материал и методы его исследования

В исследовании приняли участие 32 студентки биолого-химического факультета Ивановского государственного университета. Проведено 3 серии обследования. В первой серии обследовалось 32 человека в дни обычных учебных занятий. Во второй серии были проведены аналогичные обследования при использовании слабой умственной нагрузки. В третьей серии обследованы эти же 32 студентки при использовании сильной умственной нагрузки. В качестве умственных нагрузок были применены компьютерные версии общепринятых в психологии тестов на IQ: для слабой умственной нагрузки — тест на IQ для детей; сильной умственной нагрузки — тест на IQ для взрослых.

В работе использованы методики реоэнцефалографии, вариабельности ритма сердца и кардиоинтервалографии. При проведении работы применяли программно-аппаратный комплекс «Рео-Спектр 3» фирмы «Нейрософт» (Россия). Достоверность изменений исследуемых показателей оценивали с использованием t-критерия Стъюдента.

Результаты исследования и их обсуждение

Известно, что общая величина кровоснабжения головного мозга мало изменяется при различных видах умственной деятельности. Это обусловлено проявлением выраженной ауторегуляции кровотока в сосудах мозга [10].

Результаты проведенных исследований показали, что под влиянием слабой и сильной умственных нагрузок как в лобной, так и в затылочной области левого полушария, а также в затылочной области правого полушария головного мозга студенток не происходило существенных изменений реоэнцефалографических показателей, поскольку их значения достоверно не отличались от таковых во время семестра (табл. 1, 2).

Таблица 1

Изменение показателей реоэнцефалографии лобной области под влиянием умственных нагрузок разной интенсивности

Показатель	Левое полушарие			Правое полушарие		
	Семестр	Слабая нагрузка	Сильная нагрузка	Семестр	Слабая нагрузка	Сильная нагрузка
Qx, c	0,15±0,004	0,15±0,004	0,15±0,003	0,15±0,004	0,15±0,004	0,14±0,003
РИ, усл. ед.	1,53±0,11	1,38±0,08	1,39±0,08	1,57±0,13	1,32±0,06	1,44±0,07
Альфа 1, с	0,06±0,002	0,06±0,002	0,06±0,001	0,06±0,002	0,06±0,001	0,06±0,002
Альфа 2, с	0,06±0,001	0,06±0,003	0,05±0,001	0,05±0,001	0,06±0,001*	0,06±0,001*
Альфа, с	0,12±0,003	0,13±0,002	0,12±0,002	0,12±0,002	0,12±0,001	0,13±0,002*^
КаРи, %	22,28±4,32	15,91±2,06	16,59±4,38	21,31±4,34	14,97±2,04	15,34±4,26
ПВО, %	23,78±2,05	25,09±2,75	22,65±1,83	26,31±2,50	24,56±2,55	23,78±1,57
ДИА, %	61,78±2,06	64,06±2,44	63,84±2,31	64,06±2,63	64,19±2,27	64,53±2,88
ДИК, %	59,22±2,57	59,31±2,21	56,31±2,43	59,56±2,48	59,31±2,36	57,19±2,90
Авен Аарт, %	73,59±2,01	73,00±2,38	71,56±1,91	72,56±2,02	72,50±2,22	73,25±1,97
Vср., Ом/с	1,31±0,08	1,14±0,06	1,17±0,06	1,33±0,10	1,18±0,06	1,19±0,06
Vмакс., Ом/с	2,15±0,13	1,89±0,10	1,94±0,10	2,17±0,18	1,75±0,08*	1,98±0,10^

* Достоверность отличий показателей между семестром и слабой умственной нагрузкой, семестром и сильной умственной нагрузкой ($p < 0,05$).

^ Достоверность отличий между слабой умственной нагрузкой и сильной умственной нагрузкой ($p < 0,05$).

Таблица 2

Изменение показателей реоэнцефалографии затылочной области под влиянием умственных нагрузок разной интенсивности

Показатель	Левое полушарие			Правое полушарие		
	Семестр	Слабая нагрузка	Сильная нагрузка	Семестр	Слабая нагрузка	Сильная нагрузка
Qx, c	0,14±0,003	0,14±0,004	0,15±0,01	0,15±0,004	0,14±0,004	0,14±0,004
РИ, усл. ед.	1,22±0,07	1,24±0,08	1,16±0,07	1,35±0,18	1,11±0,06	1,10±0,07
Альфа 1, с	0,06±0,001	0,06±0,001	0,06±0,002	0,06±0,001	0,06±0,001	0,06±0,002
Альфа 2, с	0,06±0,001	0,05±0,001	0,05±0,001	0,05±0,001	0,05±0,001	0,05±0,001
Альфа, с	0,12±0,002	0,12±0,002	0,12±0,003	0,12±0,01	0,12±0,001	0,12±0,002
КаРи, %	28,97±5,56	23,63±3,16	30,75±5,41	28,97±5,56	23,63±3,16	29,50±5,46
ПВО, %	27,06±2,28	28,06±2,43	30,69±2,74	26,91±2,41	25,22±2,33	29,81±1,85
ДИА, %	71,53±5,80	69,09±2,89	73,78±3,20	67,28±2,76	71,44±2,62	75,53±3,89
ДИК, %	64,06±4,86	62,41±2,59	60,78±3,59	60,47±3,58	64,09±2,62	66,28±3,06
Авен Аарт, %	73,00±3,59	74,25±2,54	72,59±2,47	73,19±2,91	75,66±2,31	75,13±2,94
Vср., Ом/с	1,05±0,07	1,08±0,07	1,05±0,07	1,09±0,14	0,97±0,06	1,00±0,07
Vмакс., Ом/с	1,77±0,12	1,61±0,10	1,63±0,10	1,97±0,27	1,54±0,08	1,61±0,10

Несколько иная картина наблюдалась в изменениях электрической активности в лобной области правого полушария. Под влиянием слабой умственной нагрузки достоверно увеличивалось время медленного кровенаполнения (семестр — 0,05 ± 0,001 с; слабая нагрузка — 0,06 ± 0,001 с). Это отмечалось на фоне достоверного снижения максимальной скорости быстрого кровенаполнения сосудов (семестр — 2,17 ± 0,18 Ом/с; слабая нагрузка — 1,75 ± 0,008 Ом/с), что указывало на увеличение тонуса средних и мелких артерий в бассейне внутренней сонной артерии и снижение скорости кровотока в магистральных сосудах [4]. При сильной умственной нагрузке было отмечено достоверное возрастание времени медленного кровенаполнения (семестр — 0,05 ± 0,001 с; сильная нагрузка — 0,06 ± 0,001 с) и длительности периода полного раскрытия сосудов (семестр — 0,12 ± 0,002 с; сильная нагрузка — 0,13 ± 0,002 с). Следовательно, сильная умственная нагрузка способствовала увеличению тонуса средних и мелких артерий в бассейне внутренней сонной артерии.

Время кровенаполнения как характеристика проявляется в самом факте различения состояний психологического покоя и активности, связанной с решением задач. Более того, усложнение мыслительных операций сопровождается увеличением времени кровенаполнения при переходе к активной умственной работе, а длительные умственные нагрузки приводят к тому, что после максимального растяжения сосуда расход крови начинает превышать ее приход и эластичная стенка постепенно возвращается к исходному состоянию [12].

Обобщение данных [9] позволяет утверждать, что возникающие при переживании стресса отрицательные эмоции связываются преимущественно с деятельностью правого полушария мозга человека. Лобным долям мозга принадлежит значительная роль в осуществлении психической деятельности. Сложный и продолжительный умственный труд сопровождается максимальным изменением мозгового кровотока в области именно лобных долей коры больших полушарий, несущих наибольшую нагрузку по переработке и интегрированию информации.

Согласно полученным данным, слабая умственная нагрузка не оказывает существенного влияния на показатели вариабельности ритма сердца у студенток, поскольку их значения достоверно не отличались от величин, зарегистрированных во время семестра (табл. 3).

При сильной умственной нагрузке в положении «лежа» было выявлено достоверное увеличение показателя SDNN (семестр — 80,38 ± 5,77 мс; сильная нагрузка — 98,34 ± 5,70 мс), что указывало на увеличение регуляторных влияний парасимпатического отдела вегетативной нервной системы на синусовый ритм. Кроме того, отмечалось увеличение показателя RMSSD (семестр — 82,13 ± 7,37 мс; сильная нагрузка — 104,16 ± 7,58 мс). Данный показатель отражает активность автономного контура регуляции, которая характеризуется высокочастотными колебаниями. Чем выше значение RMSSD, тем активнее звено парасимпатической регуляции [2, 3]. Одновременно было зарегистрировано увеличение коэффициента вариации (CV) (семестр — 8,68 ± 0,49 %; сильная нагрузка — 10,33 ± 0,51 %).

Под влиянием сильной умственной нагрузки в положении «стоя» наблюдалось достоверное увеличение показателя RRNN (семестр — 678,06 ± 14,11 мс; сильная нагрузка — 722,00 ± 14,34 мс), что свидетельствовало о преобладании парасимпатического звена регуляции.

Таблица 3

Изменение показателей вариабельности ритма сердца и кардиоинтервалографии под влиянием умственных нагрузок разной интенсивности

Показатель	Положение «лежа»			Положение «стоя»		
	Семестр	Слабая нагрузка	Сильная нагрузка	Семестр	Слабая нагрузка	Сильная нагрузка
Показатели вариабельности ритма сердца						
RRNN, мс	914,13±19,40	913,84±20,76	941,25±17,47	678,06±14,11	680,41±11,96	722,59±14,34*^
SDNN, мс	80,38±5,77	80,19±5,93	98,34±5,70*^	63,94±5,78	61,00±3,03	74,66±5,08^
RMSSD, мс	82,13±7,37	84,66±8,08	104,16±7,58*	47,66±6,50	42,38±2,70	50,88±4,16
CV, %	8,65±0,49	8,75±0,55	10,33±0,51*^	9,29±0,80	8,88±0,37	10,16±0,56
VLF, %	25,73±2,01	25,29±1,80	23,20±1,98	36,23±2,40	35,23±1,86	38,18±2,15
LF/HF, усл. ед.	0,85±0,09	0,76±0,09	0,65±0,06	3,15±0,49	2,81±0,25	2,65±0,19
Показатели кардиоинтервалографии						
ЧСС, уд./мин	66,97±1,30	67,34±1,35	65,94±1,21	90,00±1,78	90,19±1,56	85,13±1,53*^
ВР, с	0,66±0,04	0,56±0,03	0,81±0,04*^	0,53±0,04	0,54±0,03	0,60±0,04
ИВР, усл. ед.	63,14±5,62	69,50±7,16	48,53±5,08^	101,33±12,01	84,98±6,92	71,96±7,39*
ПАПР, усл. ед.	40,76±2,47	38,44±2,40	36,72±2,70	64,10±4,15	63,04±3,64	52,60±3,07*^
ВПР, усл. ед.	1,90±0,14	2,22±0,15	1,52±0,10*^	3,55±0,34	3,07±0,20	2,76±0,20*
ИН, усл. ед.	36,26±3,62	39,19±4,37	27,40±3,28^	79,83±10,29	66,16±6,39	53,43±6,25*

* Достоверность отличий между семестром и слабой умственной нагрузкой, семестром и сильной умственной нагрузкой ($p < 0,05$).

^ Достоверность отличий между слабой умственной нагрузкой и сильной умственной нагрузкой ($p < 0,05$).

Таким образом, установленное в ходе данной работы достоверное повышение показателей RRNN, SDNN, RMSSD и коэффициента вариации у студенток отражает увеличение регуляторных влияний парасимпатического отдела вегетативной нервной системы на синусовый ритм.

Согласно полученным результатам, слабая умственная нагрузка не вызывает существенных изменений показателей кардиоинтервалографии у студенток, поскольку их значения достоверно не отличались от таковых во время семестра (табл. 3).

При сильной умственной нагрузке в положении «лежа» происходило достоверное увеличение вариационного размаха (ВР). Полученные результаты указывали на смещение вегетативного баланса в сторону парасимпатического отдела вегетативной нервной системы [1]. При этом достоверно снижался вегетативный показатель ритма (ВПР) (семестр — $1,90 \pm 0,14$ усл. ед.; сильная нагрузка — $1,52 \pm 0,10$ усл. ед.), который позволяет судить о вегетативном балансе с точки зрения оценки активности автономного контура регуляции сердечного ритма. Чем выше активность автономного контура, тем сильнее влияние парасимпатического отдела вегетативной нервной системы и тем меньше значение ВПР [5].

Под влиянием сильной умственной нагрузки в положении «стоя» наблюдалось достоверное уменьшение ЧСС (семестр — $90,00 \pm 1,78$ уд./мин; сильная нагрузка — $85,13 \pm 1,53$ уд./мин) и индекса вегетативного равновесия (ИВР) (семестр — 101,33 ± 12,01 усл. ед.; сильная нагрузка — 71,96 ±7,39 усл. ед.). Индекс вегетативного равновесия указывает на соотношение между активностью симпатического и парасимпатического отделов вегетативной нервной системы, наблюдаемые сдвиги данного показателя — на смещение вегетативного баланса в сторону умеренного преобладания парасимпатического отдела вегетативной нервной системы. Согласно данным Э. С. Геворкяна с соавторами [7], снижение этого показателя свидетельствует о нарастающей автоматизации управления сердечным ритмом. Подтверждением преобладания парасимпатического звена регуляции являлось снижение показателя адекватности процессов регуляции (ПАПР) (семестр — 64,10 ± 4,15 усл. ед.; сильная нагрузка — 52,60 ± 3,07 усл. ед.), который отражает соответствие между активностью симпатического отдела вегетативной нервной системы и ведущим уровнем функционирования синоатриального узла [6]. Кроме того, было выявлено достоверное снижение вегетативного показателя ритма (ВПР) (семестр — 3,55 ± 0,34 усл. ед.; сильная нагрузка — 2,76 ± 0,20 усл. ед.) и индекса напряжения (ИН) (семестр — 79,83 ± 10,29 усл. ед.; сильная нагрузка — 53,43 ± 6,25 усл. ед.). Индекс напряжения регуляторных систем характеризует активность механизмов симпатической регуляции, состояние центрального контура регуляции [2].

Таким образом, при действии сильной умственной нагрузки на фоне достоверного понижения средних значений частоты сердечных сокращений, индекса вегетативного равновесия, показателя адекватности процессов регуляции, вегетативного показателя ритма и индекса напряжения наблюдалось достоверное повышение значения вариационного размаха, что свидетельствует об относительно слабой централизации управления сердечным ритмом и преобладании парасимпатического тонуса в пределах автономного контура регуляции [8].

В результате исследований было доказано, что у студенток под влиянием слабой умственной нагрузки не происходит изменений показателей вариабельности ритма сердца и кардиоинтервалографии, а при сильной умственной нагрузке наблюдается преобладание парасимпатического отдела вегетативной нервной системы в регуляции деятельности сердца. С одной стороны, это является фактором индивидуальной устойчивости организма к возможным поражениям сердечно-сосудистой системы в условиях умственного напряжения, а с другой — свидетельствует об объективном снижении работоспособности и ощущении субъективного дискомфорта [11].

Выводы

1. Характер влияния слабой и сильной умственных нагрузок на показатели реоэнцефалографии, вариабельности ритма сердца и кардиоинтервалографии у студенток отличается.

2. Изменения церебрального кровотока в ответ на предъявляемые умственные нагрузки отмечаются прежде всего в лобной области правого полушария.

3. После воздействия умственных нагрузок наблюдается ухудшение гемодинамики в бассейне внутренней сонной артерии.

4. Слабая умственная нагрузка не оказывает выраженного влияния на показатели сердечного ритма, а сильная умственная нагрузка усиливает парасимпатические регуляторные влияния на деятельность сердца.

Библиографический список

1. *Артеменко И. А., Мещериков В. И.* Анализ вариабельности сердечного ритма // Компьютерная электрокардиоитервалография на рубеже столетий : материалы Междунар. симпоз. М., 2002. С. 13.
2. *Баевский Р. М.* Анализ вариабельности сердечного ритма в космической медицине // Физиология человека. 2002. Т. 28, № 2. С. 71.
3. *Баринова М. О., Зарипов В. Н.* Влияние различных умственных нагрузок на показатели сердечного ритма студентов // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2009. Вып. 2. С. 11—15.
4. *Баринова М. О., Зарипов В. Н.* Гемодинамические изменения церебрального кровотока под влиянием умственной нагрузки у студенток с разным типом темперамента // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2012. Вып. 2. С. 14—22.
5. *Зарипов В. Н., Баринова М. О.* Изменения показателей кардиоинтервалографии и вариабельности ритма сердца у студентов с разным уровнем психоэмоционального напряжения и типом темперамента на зачетной неделе // Физиология человека. 2008. Т. 34, № 4. С. 73—79.
6. *Михайлов В. М.* Вариабельность ритма сердца : опыт практического применения метода / Иван. гос. мед. акад. Иваново, 2002. С. 288.
7. Особенности регуляции ритма сердца абитуриентов при вступительных экзаменах / Э. С. Геворкян, С. М. Минасян, Ц. И. Адамян и др. // Физиология человека. 2004. Т. 30, № 3. С. 54.
8. *Статуева Л. М., Сабурцев С. А., Крылов В. Н.* Динамика вариабельности сердечного ритма студентов и школьников Арзамаса в процессе учебной нагрузки // Вестн. Нижегор. ун-та им. Н. И. Лобачевского. 2007. № 4. С. 82—87.
9. *Умрюхин Е. А., Быкова Е. В., Климина Н. В.* Энергообмен и вегетативные функции у студентов при учебной и экзаменационной нагрузках // Физиология человека. 1996. Т. 22, № 2. С. 108.
10. Физиологические аспекты адаптации студентов к нервно-эмоциональным особенностям учебного процесса / Н. К. Смагунов, С. В. Гаголина, А. Е. Сатыбалдина и др. // Науч. тр. I съезда физиологов СНГ. Сочи ; Дагомыс, 2005. Т. 2. С. 288.
11. *Щербатых Ю. В.* Саморегуляция вегетативного гомеостаза при эмоциональном стрессе // Физиология человека. 2000. Т. 26, № 5. С. 151.
12. *Юматов Е. А.* Сердечно-сосудистые реакции при эмоциональных перенапряжениях // Физиология человека. 2001. Т. 6, № 5. С. 93—99.

УДК 576.895.771

В. А. Исаев

КРОВОСОСУЩИЕ МОКРЕЦЫ РОДА *CULICOIDES* (*DIPTERA, CERATOPOGONIDAE*) НЕЧЕРНОЗЕМНОЙ ЗОНЫ РОССИИ КАК ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПЕРЕНОСЧИКИ ВИРУСА ШМАЛЛЕНБЕРГА

Обсуждаются *Culicoides* Нечерноземной зоны РФ и их отношение к потенциальному распространению вируса Шмалленберга.

Ключевые слова: Culicoides, векторы, трансмиссия, вирус Шмалленберга (SBV).

Culicoides of nonchernozem belt of Russia and their connection with potential spread of Schmallenberg virus are discussed in the article.

Key words: Culicoides, vectors, transmission, Schmallenberg virus (SBV).

Вопросы пест-менеджмента в связи глобальным изменением климата и распространением новых, экзотичных для нашей страны заболеваний, подобных блутану (блютангу) и болезни Шмалленберга на неэндемичных территориях требуют как сравнительного анализа жизненных схем и потенциальных адаптаций разных групп мокрецов, так и принятия срочных мер по их изучению в разных регионах нашей страны, так как распространение и укоренение подобных заболеваний от идентификации возбудителя и выявления источника до широкого распространения на различные обширные и отдаленные территории, как показывает практика, после завоза инфицированных животных может происходить за короткое время.

Мокрецы (*Diptera, Ceratopogonidae*) — группа длинноусых двукрылых насекомых, распространенная всесветно и включающая более 5,9 тыс. видов более 100 родов [19].

Одним из наиболее крупных родов данного семейства является род *Culicoides*. До недавнего времени на территории России изучению адаптаций жизненных схем ряда видов *Culicoides* как потенциальных переносчиков таких вирусных заболеваний животных, как блютанг и близкие к нему нозологические формы, распространявшиеся в разных странах мира, уделялось недостаточное внимание из-за недооценки возможности распространения и укоренения блютанга и ему подобных заболеваний на север от температурных границ, определявших пределы развития соответствующих вирусов в переносчиках.

В последнее десятилетие в связи с изменением климата, новой экологической и эпизоотической ситуацией по блютангу [1, 5, 28], а также открытием новой, неизвестной ранее в мире массовой, напоминающей блютанг, болезни Шмалленберга, эти проблемы стали актуальными и в нашей стране.

Известно, что блютанг вызывается вирусом рода *Orbivirus* семейства реовирусов. Эпизоотия этого заболевания, имеющего глобальное распространение, недавно унесла миллионы жизней животных и нанесла серьезный экономический ущерб ряду стран, в частности в Северной Европе. В блютангоподобной форме для крупного рогатого скота может протекать и эпизоотическая геморрагическая болезнь оленей (ЭГБО). В одних случаях эта форма заболевания рассматривается как самостоятельная нозологическая форма — болезнь Ибараки, в других как синоним ЭГБО [13]. Как и блютанг, эти болезни вызываются вирусами семейства *Reoviridae* рода *Orbivirus*, а в их трансмиссии участвуют *Culicoides* [26].

Кроме блютанга, известен целый ряд вирусных заболеваний, которые передаются мокрецами рода *Culicoides*. Среди них имеются блютангоподобные заболевания (Шамонда, Акабане, Сатупери, Айно), вызываемые ортобуньявирусами группы Симбу, которые ранее не встречались в Европе [18, 29]. Эти блютангоподобные заболевания известны в основном из Африки и Азии (табл. 1).

Большинство указанных в табл. 1 видов *Culicoides*, из которых были изолированы вирусы блутангоподобных заболеваний, принадлежат к небольшому числу подродов. Прежде всего это виды подрода *Avaritia Fox*, среди которых наиболее значимыми переносчиками являются в Африке, Азии и на юге Европы *C. imicola*, а в Австралии *C. brevitarsis*. В Северной Америке главными переносчиками этих заболеваний служат *C. variipennis*, точнее *C. sonorensis*, из подрода *Monoculicoides Khal.*, а в Южной Америке *C. insignis* из подрода *Hoffmania Fox* [26, 30]. Все указанные виды имеют типичные характеристики маммалиофилов, за исключением *C. insignis*, особенности сенсорных образований которого напоминают предковых видов мокрецов, которые затем разделились на «маммалиофилов» и «орнитофилов» в ходе эволюции [9, 11].

Распространение блютанга в Северную Европу оказалось связано с новыми видами переносчиков, которые, в отличие от *C. imicola*, оказались способны к передаче вируса в местных условиях (табл. 1) при повышении температур в определенные сезоны года. После завершения эпизоотии блютанга практически в тех же районах Северной Европы началось распространение нового заболевания. Появившаяся в августе 2011 г. в Северной Рейн-Вестфалии (Германия) и на северо-западе Нидерландов новая болезнь с блютангоподобным синдромом была вызвана новым вирусом, относящимся к роду ортобуньявирусов, семейству буньявирусов. Вирус был назван «Шмалленбергвирус» по месту отбора патологического материала [18].

В дальнейшем *Culicoides* были идентифицированы как переносчики этой болезни в естественных условиях [22], а вирус Шмалленберга распространился только за первый квартал 2012 г. по целому ряду стран Европы [13]. На сентябрь 2012 г. с помощью ПЦР-регистрации вирус Шмалленберга был отмечен в 9 странах ЕС (Нидерланды, Германия, Бельгия, Англия, Франция, Люксембург, Италия, Испания, Швейцария, Дания) (по данным Института Терамо, Италия; цит. по: [2]).

Подробный обзор молекулярно-генетических особенностей нового вируса по литературным данным был сделан А. В. Спрыгиным с соавторами [2]. Приводимые им данные разных авторов свидетельствуют о том, что по *S*-сегменту он на 97 % идентичен вирусу Шамонда, по *M*-сегменту на 82 % вирусу Сатупери и по *L*-сегменту на 92 % также вирусу Шамонда (цит. по: [2]).

В Бельгии вирус Шмалленберга был выделен из мокрецов комплекса *C. obsoletus*, *C. dewulfi* и *C. chiopterus* [23], а в Нидерландах из видов группы obsoletus (*C. scoticus, C. obsoletus sensu stricto* и *C. chiopterus*) [29]. Кроме того, в экспериментах показана возможность передачи этого вируса мокрецами *C. sonorensis* и *C. nubeculosus* [25].

Таблица 1

Заболевания с блютангоподобными синдромами [13, 18]
и их переносчики — *Culicoides* [13; 2, обзор; 29; 26; 30]

Нозо-единицы	Вирусы		Поражаемые животные		Переносчики		
	Семейство вирусов (~*viridae*)	Род вирусов	Предполагаемый резервуарный хозяин	Другие виды	Подрод	Вид	Континент
Блютанг	Reo-	орби-вирус	КРС и некоторые дикие жвачные	Овцы, козы	Avaritia	imicola, obsoletus, scoticus, pulicaris и др.	Европа
					Avaritia	imicola	Африка, Азия
					Hoffmania	milnei	
					Meijerehelea	pycnostictus	
					Avaritia	obsoletus	Северная Америка
					Monoculicoides	variipennis (sonorensis)	
					Hoffmania	insignis	
					Hoffmania	insignis	Южная Америка
					Avaritia	brevitarsis, wadai	Австралия
ЭГБО	Reo-	орби-вирус	Дикие жвачные	Олени некоторых видов, КРС	Remmia	kingi, schultzei	Африка
					Avaritia	brevitarsis	Австралия
					Monoculicoides	variipennis (sonorensis)	Северная Америка
Болезнь Ибараки	Reo-	орби-вирус	Неизвестно	КРС	–	–	Азия, Австралия
Болезнь Акабане	Bunya-	орто-буньявирус	Неизвестно	КРС, овцы, козы	Avaritia	imicola	Африка, Азия
					Hoffmania	milnei	
					Avaritia	brevitarsis, wadai	Азия, Австралия
					Remmia	oxystoma	Австралия
Айно	Bunya-	орто-буньявирус	Неизвестно	КРС, овцы, козы	Avaritia	brevitarsis	Австралия
Сатупери	Bunya-	орто-буньявирус	Неизвестно	КРС, овцы, козы	–	–	Африка, Азия
Шамонда	Bunya-	орто-буньявирус	Неизвестно	КРС, овцы, козы	Avaritia	imicola	Африка, Азия
Дуглас	Bunya-	орто-буньявирус	Неизвестно	КРС, овцы, козы	Avaritia	brevitarsis	Австралия
Питан	Bunya-	?	Неизвестно	КРС, овцы, козы	Avaritia	brevitarsis	Австралия
Болезнь Шмалленберга	Bunya-	орто-буньявирус	Неизвестно	КРС, овцы, козы	Avaritia	obsoletus, scoticus, dewulfi, chiopterus и др.	Европа

Примечание. КРС — крупный рогатый скот.

Как и для блютанга [5], для России предполагается потенциальная трансмиссия вируса мокрецами *C. obsoletus, C. dewulfi, C. chiopterus, C. pulicaris и C. punctatus* [2]. Этот выбор обосновывается тем, что по литературным данным ареал этих видов доходит до 72 ° с. ш., а часть из них развивается в гниющих субстратах, в том числе в навозе [3].

В литературе отмечалось, что еще «во второй половине 2011 г. в ряд животноводческих хозяйств России были завезены нетели из Германии и Нидерландов. Существует большая вероятность завоза инфицированных животных» [18].

Среди неблагополучных районов по болезни Шмалленберга для России в 2012 г. указывались Владимирская область и Красноярский край, так как в эти районы были завезены инфицированные животные (по эпизоотической ситуации за 2012 г., размещенной на сайте Россельхознадзора: www.fsvps.ru). Кроме того, остается неясным вопрос о возможности заражения человека вирусом Шмалленберга. На данном этапе такая вероятность рассматривается как низкая, но «в то же время данных о неспособности вируса размножаться в клетках человека нет, поэтому одной из вероятных причин отсутствия антител у человека может быть высокая степень зоофильности компетентных векторов» [2, с. 29—30].

В связи с опасностью распространения заболевания в России возникла необходимость установления потенциального значения отдельных видов *Culicoides* в трансмиссии вируса Шмалленберга в Центре Нечерноземной зоны РФ.

Материалом для анализа и прогноза послужили многолетние исследования мокрецов, проведенные автором начиная с 60-х гг. прошлого века как в этом регионе, так и в других регионах России и сопредельных республик бывшего СССР, изучение коллекционных материалов и литературных данных, которые позволяют оценить особенности жизненных циклов этих кровососущих насекомых, филогенетическую и экологическую специфичность конкретных видов, которые потенциально могут быть индигенными векторами.

Так, в Центре Нечерноземной зоны РФ одной из наиболее диптерологически изученных является Ивановская область, где уже в течение более 70 лет проводится изучение комплекса кровососущих двукрылых насекомых. В соседних с Ивановской областях, например Владимирской и Нижегородской (в тот период Горьковской), о фауне мокрецов рода *Culicoides* в литературе имеются единичные сообщения 50—60-х гг. [16, 17], а по Ярославской и Костромской областям сведения отсутствуют.

В фауне Ивановской области за последние примерно 50 лет нами было зарегистрировано 26 видов мокрецов рода *Culicoides*. Видовой состав их относится к комплексу, характерному для смешанных лесов [4].

Среди видов *Culicoides*, у которых зарегистрирована в последние годы способность к передаче вирусов блютанга и болезни Шмалленберга в Европе, проводятся исследования на зараженность либо предполагается их потенциальное эпизоотическое значение, в регионе есть и сходные виды подродов *Avaritia Fox* (*C. obsoletus*) и *Monoculicoides Khal.* (*C. nubeculosus*), а также подрода *Culicoides Latr.* (*C. punctatus* и др.).

Экологические характеристики рассматриваемых нами видов пластичны. По России и сопредельным странам они представлены в сводках, изданных в 70—80-е гг. прошлого века [3, 4]. Данные по популяциям всех видов из

Центра Нечерноземной зоны есть в наших работах [6—12], а для потенциальных векторов отмечены ниже.

Из имеющихся материалов следует, что у всех трех видов отмечена не только зоофилия, но и антропофилия, выраженная в разной степени. В структуре видов, нападающих на КРС, лошадь и человека, наиболее заметна доля *C. punctatus*, доля *C. nubeculosus* на КРС и лошади была невелика, а на овцах он не встречался, на овцах из трех указанных видов был собран лишь *C. obsoletus*, который отловлен на всех типах прокормителей [6—9].

Для выбора мокрецов-трансмиссеров важное значение играют температурные границы, в которых осуществляется нападение, и оптимальные температуры нападения. Для популяций нашего региона они составляют 15 °С (3—24 °С) у *C. punctatus*, 17 °С (10—23 °С) у *C. obsoletus* и 19 °С (13—27 °С) у *C. nubeculosus* [3]. Севернее, например, у *C. obsoletus* эти показатели ниже [3], что может благоприятствовать передаче заболеваний.

Формирование экологической специфичности рассматриваемых нами потенциальных переносчиков необходимо проанализировать и с точки зрения перехода от непрерывного развития в течение сезона к формированию жизненных циклов с разными формами диапаузы. Так, в Нигерии, где впервые был выделен вирус Шамонда (Causey et al., 1972; цит. по: [2]), развитие тропических видов *Culicoides* происходит непрерывно в течение года [24].

В Передней Азии, в Израиле, основной переносчик блютанга *C. imicola* развивается круглый год [20]. Однако в России и сопредельных республиках бывшего СССР все известные для этих территорий 130 видов *Culicoides* развиваются с задержкой в течение года, так как круглогодичного лета имаго даже на самом крайнем юге не отмечалось [3].

Диапауза, ее характеристики и контролирующие факторы (в частности, температура) определяет особенности биологии и экологии *Culicoides* в конкретном регионе (табл. 2).

Таблица 2

Вольтинность и главная зимующая фаза некоторых видов *Culicoides* из разных подродов в центре Нечерноземной зоны РФ [7, 8 с изм.]

Вид	Число поколений		Главная зимующая фаза	
	Вне населенных пунктов	В населенных пунктах	Яйцо	Личинка
Подрод Avaritia Fox				
C. obsoletus	2	2		+
C. chiopterus	2	2		+
Подрод Culicoides				
C. punctatus	2	1—3	+	
C. pulicaris	2	2		+
C. delta	2	2		+
Подрод Silvicola Mirs. et Is.				
C. grisescens	1	1	+	
Monoculicoides Khal.				
C. nubeculosus	2	1—3		+
C. riethi	2	2		+
C. stigma	2	–		+

Экологическая специфичность потенциальных векторов прослеживается при анализе экологии имаго и преимагинальных стадий мокрецов. Личинки основных переносчиков блютанга и ему подобных заболеваний, как правило, развиваются в помете жвачных животных. Эти факты отмечены, например, для *C. imicola, C. variipennis, C. brevitarsis* и близких к ним видов [26 и др.].

Среди видов, распространенных в России и на сопредельных территориях, личинки, например *C. chiopterus*, найдены в коровьем помете [3], а в изучавшемся нами регионе для мест выплода *C. nubeculosus* был характерен илистый грунт, загрязненный навозом, а *C. punctatus* найден у молочных ферм во влажном грунте, смешанном с коровьим навозом [6].

В биологии и экологии имаго у массовых видов также отмечены черты адаптации к различным прокормителям, способствующие потенциальной трансмиссии, в том числе, изменения в суточной активности, форме нападения и дальности разлета, однако активность мокрецов в природе в регионе не превышает 5 месяцев в году [6—8, 10—12].

При условиях, близких к среднемноголетним, пики численности поливольтинных мокрецов наблюдаются во второй половине июня и в августе, в более теплые годы у *C. punctatus* отмечаются три поколения: в июне, конце июля — начале августа и сентябре. Этот вид развивается с факультативной эмбриональной диапаузой. Моновольтинный вид *C. grisescens* дает ежегодно один высокий пик активности в июле. Массового второго поколения этого вида в регионе не отмечается, так как он развивается с облигатной эмбриональной диапаузой (табл. 2).

В целом данные по биологии и экологии потенциальных переносчиков позволяют проводить меры защиты от трансмиссивного пути передачи в случае внесения на территорию нашего региона нового вирусного заболевания.

Совершенствование идентификации и установление филогенетических связей отдельных близких видов из рассматриваемых подродов на разных территориях, проводимые с использованием комплекса различных современных методов таксономического и кариологического анализа [8, 10, 11, 15], а также ПЦР [12, обзор; 21; 27 и др.], в дальнейшем дадут возможность обеспечить снижение экономических потерь в ходе пест-менеджмента и построить более совершенные модели развития эпизоотического процесса.

Библиографический список

1. Блютанг: распространение, морфология, диагностика и специфическая профилактика / О. В. Кухаркина, О. А. Борисова, Т. В. Жбанова, И. А. Борисова // Тр. Федер. центра охраны здоровья животных / ВНИИЗЖ. Владимир : Транзит-ИКС, 2010. Т. 8. С. 40—49.
2. Болезнь Шмалленберга: молекулярно-биологические особенности и клиническая картина / А. В. Спрыгин, А. В. Кононов, Ю. Ю. Бабин, В. А. Мищенко // Сельскохозяйственная биология. 2012. № 6. С. 24—34.
3. *Глухова В. М.* Кровососущие мокрецы родов Culicoides и Forcipomyia (Ceratopogonidae). Л., 1989. 408 с. (Фауна СССР. Н. С. ; № 139 : Насекомые двукрылые ; т. 3, вып. 5 а).
4. *Гуцевич А. В.* Кровососущие мокрецы (Ceratopogonidae). Л. : Наука, 1973. 269 с. (Фауна СССР. Насекомые двукрылые ; т. 3, вып. 5).
5. *Захаров В. М.* Комплексность мер по предотвращению заноса и рапространения блютанга в Российской Федерации // Ветеринария. 2009. № 5. С. 3—5.

6. *Исаев В. А.* Кровососущие мокрецы (Diptera, Heleidae) // Двукрылые — переносчики заразных заболеваний / Иван. гос. мед. акад. Иваново, 1970. С. 30—49.
7. *Исаев В. А.* Диапауза и другие вопросы экологии кровососущих мокрецов Ивановской области : дис. ... канд. биол. наук. Иваново, 1975. 167 с.
8. *Исаев В. А.* Семейство мокрецов (Diptera, Ceratopogonidae) : сравнительный анализ кариотипов, морфологии, экологии и филогенетических отношений : дис. ... д-ра биол. наук. СПб., 1993. 537 с.
9. *Исаев В. А.* Эколого-физиологические адаптации мокрецов / Иван. гос. ун-т. Иваново, 1997. 70 с.
10. *Исаев В. А.* Морфологическая дивергенция и трофическая специализация самок кровососущих мокрецов (Diptera, Ceratopogonidae) // Вестн. Иван. гос. ун-та. 2000. № 3. С. 3—11.
11. *Исаев В. А.* Адаптации и биологическая эволюция (Diptera, Ceratopogonidae). Иваново, 2010. 296 с.
12. *Исаев В. А.* Culicoides Нечерноземной зоны РФ и их потенциальное значение в распространении вируса блутана // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2011. № 2. С. 5—9.
13. *Макаров В. В.* Трансмиссивные экзотические инфекции животных на неэндемичных территориях // Пест-менеджмент. 2012. № 2. С. 17—30.
14. *Макаров В. В., Мищенко В. А., Сухарев О. И.* Трансмиссивные экзотические инфекции животных на неэндемичных территориях. Ч. 2 : Блютанг и блютангоподобные болезни // Ветеринария сегодня. 2012. № 3. С. 10—15.
15. *Мирзаева А. Г., Исаев В. А.* Ревизия подрода Culicoides s. str. // Редкие гельминты, клещи и насекомые : сб. науч. тр. Новосибирск : Наука, Сиб. отд-ние, 1990. С. 92—99.
16. *Молев Е. В.* Материалы о кровососущих мокрецах рода Culicoides речной поймы Владимирской области // Зоол. журн. 1958. Т. 37, № 6. С. 945—946.
17. *Нефедов В. В.* К познанию фауны кровососущих двукрылых Горьковской области в связи с их эпидемиологическим значением // Зоол. журн. 1962. Т. 41, № 6. С. 946—948.
18. Шмалленбергвирусная болезнь жвачных животных / В. А. Мищенко, О. Ю. Черных, А. В. Мищенко, В. В. Думова // Ветеринарная патология. 2012. № 1. С. 46—48.
19. *Borkent A.* World Species of Biting Midges (Diptera, Ceratopogonidae). Printed online. Last updated: November 27, 2009.
20. *Braverman Y., Galun R., Ziv M.* Breeding sites of some Culicoides species (Diptera, Ceratopogonidae) in Israel // Mosquito News. 1974. Vol. 34, № 3. P. 303—308.
21. Characterization of Internal Transcribed Spacer (ITS1)-ITS2 Region of Ribosomal RNA Gene From 25 Species of Culicoides Biting Midges (Diptera: Ceratopogonidae) in Japan / Y. Matsumoto, T. Yanase, T. Tsuda, H. Noda // J. Med. Entomol. 2009. Vol. 46, № 5. P. 1099—1108.
22. Culicoides as vectors of Schmallenberg virus / L. D. Rasmussen, B. Kristensen, C. Kirkeby, T. B. Rasmussen, G. J. Belsham, R. Bødker, A. Bøtner // Emerg. Infect. Dis. 2012. № 7. P. 1204—1206.
23. Detection of Schmallenberg virus in different Culicoides spp. by real-time RT-PCR / N. De Regge, I. Deblauwe, R. De Deken, P. Vantiegham, M. Madder, D. Geysen, F. Smeets, B. Losson, T. van den Berg, A. B. Cay // Transboundary and Emerging Diseases. 2012. Vol. 59. P. 471—475.
24. *Dipeolu O. O., Odunrinade A. F.* Species of Culicoides breeding on rocks and riverbanks in Nigeria // Ecol. Entom. 1976. № 1. P. 267—274.
25. Implicating *Culicoides* Biting Midges as Vectors of Schmallenberg Virus Using Semi-Quantitative RT-PCR / E. Veronesi, M. Henstock, S. Gubbins, C. Batten, R. Manley et al. // PLoS ONE 2013. 8(3) : e57747. doi:10.1371/journal.pone.0057747.
26. *Meiswinkel R., Nevill E. M., Venter G. J.* Vectors: Culicoides spp. // Infectious disease of livestock. Cape Town ; Oxford ; New York : Oxford University Press, 1994. Vol. 1. P. 5—89.

27. PCR amplification and sequencing of ITS1 rDNA of Culicoides arakawae / G. Q. Li, Y. L. Hu, S. Kanu, X. Q. Zhu // Vet. Parasitol. 2003. Vol. 112, № 1/2. P. 101—108.
28. *Purse B. V., Rogers D. J.* Bluetonge virus and climate change // Bluetonge / eds P. S. Mellor, M. Baylis, P. P. Mertens. Amsterdam ; London, 2008. P. 343—364.
29. Smallenberg Virus in Culicoides spp. Biting midges, the Netherlands, 2011 / A. R. W. Elbers, R. Meiswinkel, E. van Weezep, M. M. Sloet, S. van Oldruitenborgh-Ooserbaan, E. A. Kool // Emerg. Inf. Dis. 2013. Vol. 19, № 1. P. 106—110.
30. *Tabachnick W.* Culicoides and the global epidemiology of bluetongue virus // Vet. Ital. 2004. Vol. 40. P. 145—150.

УДК 598.243.8

А. А. Есергепов, Д. Е. Чудненко, В. Н. Мельников, Е. А. Худякова

ОБЗОР ЧАЙКОВЫХ ПТИЦ ИВАНОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Приведены результаты исследований населения чайковых птиц Ивановской области, дана оценка численности на локальных колониях, проанализирована динамика на модельных территориях. Для группы больших белоголовых чаек приводятся результаты изучения структуры смешанных колоний на основе морфологических и генетических данных.
Ключевые слова: чайки, крачки, колония, генетический анализ, ПЦР.

The review includes the results of investigations of the gulls population of Ivanovo region, estimations of the local colonies populations, analysis of the dynamics in the model areas. The results of study of the structure of mixed colonies on the basis of morphological and genetic data are presented for large white-headed gulls group.
Key words: gulls, terns, colony, genetic analysis, PCA.

Исследования чайковых птиц были начаты в Ивановской области во второй половине XX в. Довольно долгое время они затрагивали лишь особенности биологии отдельных видов чайковых птиц [13, 14, 15, 16, 19]. В 1992 г. Г. М. Сальниковым был дан обзор гнездящихся чайковых птиц региона, в который вошли 3 вида чаек и 4 вида крачек [17]. В сводке «Птицы Ивановской области» [7] в дополнение к этому упоминаются еще 3 пролетных и залетных вида. В ходе наших исследований были выявлены новые для региона виды, для некоторых из них было подтверждено гнездование [1, 20].

Материалом для данной сводки послужили результаты комплексных фаунистических исследований, широко проведенных на территории Ивановской области в 1991—2012 гг. В настоящее время в регионе отмечено 14 видов и форм чайковых: для 9 характерно регулярное гнездование, для 2 — единичное гнездование в смешанных парах, 2 вида залетные и 1 — летующий.

Чайки

Черноголовый хохотун *(Larus ichthyaetus)* — летующий вид. В Ивановской области впервые несколько особей были отмечены на Юрьевецких разливах Горьковского водохранилища в районе пос. Сеготь в 2003 г. [4]. Ежегодно в летний сезон на Горьковском водохранилище отмечаются группы летующих черноголовых хохотунов, в отдельные годы не менее 50 особей [1, 10]. Вид занесен в Красную книгу РФ [9] и Ивановской области [8].

Малая чайка *(Larus minutus)* — редкий гнездящийся вид Ивановской области. Образует небольшие колонии в различных районах области, небольшие группы и одиночные птицы отмечаются в периоды миграций. По литературным данным, небольшие поселения малой чайки отмечались в конце мая 1976 г. на р. Клязьме ниже впадения р. Шижегды, в июне 1982 г. на р. Лух; 5 пар малой чайки гнездились в 1980 г. на оз. Серковском [7]. Около 20 пар отмечены в 1980 г. на гнездовании на оз. Гусевском (Ивановский район); 10 пар — в 1994 г. на рыборазводных прудах возле пос. Подозерский [18]. Общее число малых чаек, размножающихся на территории области, не превышает 100 пар [7, 18]. Нами была обнаружена колония малой чайки (15—20 пар) на Горьковском водохранилище близ с. Обжериха [1]. Одиночные птицы и пары отмечаются на комплексах торфяных карьеров, в частности на торфокомплексах Большое Болото, Сахтыш-Рубское, Подозерский. Гнездование в известных местах наблюдается не ежегодно. Малая чайка занесена в Красную книгу Ивановской области [8].

Озерная чайка *(Larus ridibundus)* — обычный, местами многочисленный гнездящийся вид. До конца XX в. озерная чайка — самый многочисленный вид чайковых в регионе (77 % всего населения чайковых в области) [18]. Наиболее крупная колония численностью 5—6 тыс. пар располагалась в Сокольском районе (ныне — Нижегородская область) около д. Заболотное [11, 12, 13]. Около 1500 пар чаек гнездилось в Комсомольском районе на торфокарьерах у пос. Подозерский, около 500 пар — на рыборазводных прудах близ этого же поселка; 600 пар озерных чаек гнездилось в Ивановском районе на торфяных карьерах у д. Серково; около 500 пар — в Лежневском районе на торфяных карьерах возле д. Ступкино [7]. В период 1991—2002 гг. численность чаек в известных колониях сократилась в два-три раза [18]. На начало XXI в. общая численность озерных чаек на территории области оценивалась в 35—40 тыс. особей [7].

На окраине г. Иванова, на городской свалке, в начале 1990-х существовала колония озерных чаек (200—300 пар), которая исчезла после консервации этой территории свалки.

Мониторинг поселений чайковых птиц ведется на комплексах торфоразработок с конца 1970-х гг. [19, 17, 20] и демонстрирует направленное снижение численности озерной чайки. В 1980-е гг. озерная чайка составляла 71 % от общего населения чайковых на торфоразработках [17], а к настоящему моменту — лишь 17 % (рис. 1).

На торфокарьерах в окрестностях оз. Рубского в 1977 г. гнездилось около 300 (299) пар озерных чаек [19]. В 1985 г. здесь было учтено только 40 пар [17], а в 1999 г. — 34 пары. В 2003 г. на Рубских карьерах гнездилось лишь 5 пар озерных чаек, а в последующие годы наблюдалось неежегодное гнездование одиночных пар (рис. 2).

По опросным данным, на торфоразработках Большое Болото в 1986 г. гнездилось 200 пар озерных чаек [17]. Исследование колонии в 2003 г. выявило гнездование 377 пар. В дальнейшем наблюдалось ежегодное снижение численности птиц до минимальной (165 пар) в 2006 г. Позже численность озерных чаек постепенно стабилизировалась (250—270 пар), не достигая прежних величин (рис. 3). В 2011 г. после крупных природных пожаров 2010 г., захвативших и территорию торфоразработок, численность озерной чайки в колонии снизилась, но уже в 2012 г. наблюдается ее восстановление до средних показателей.

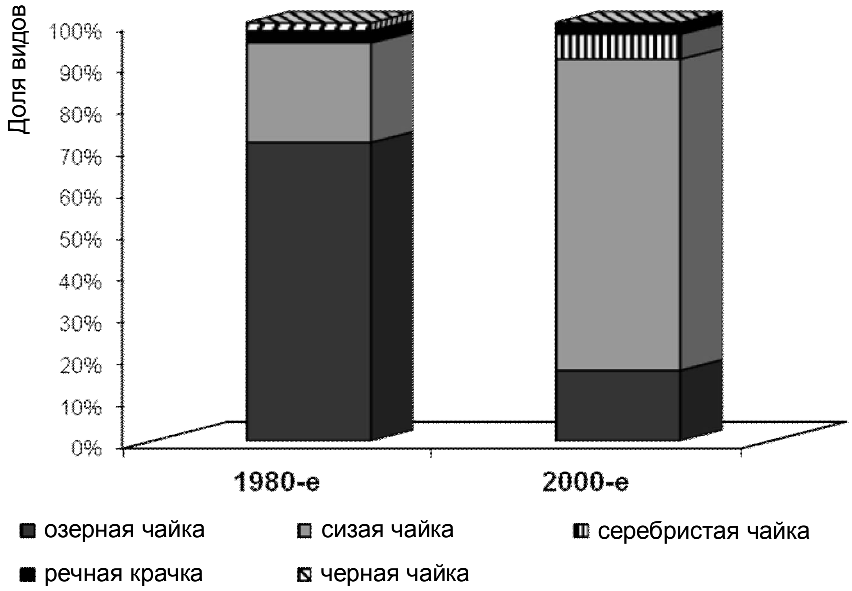


Рис. 1. Соотношение чайковых на торфоразработках Ивановской области

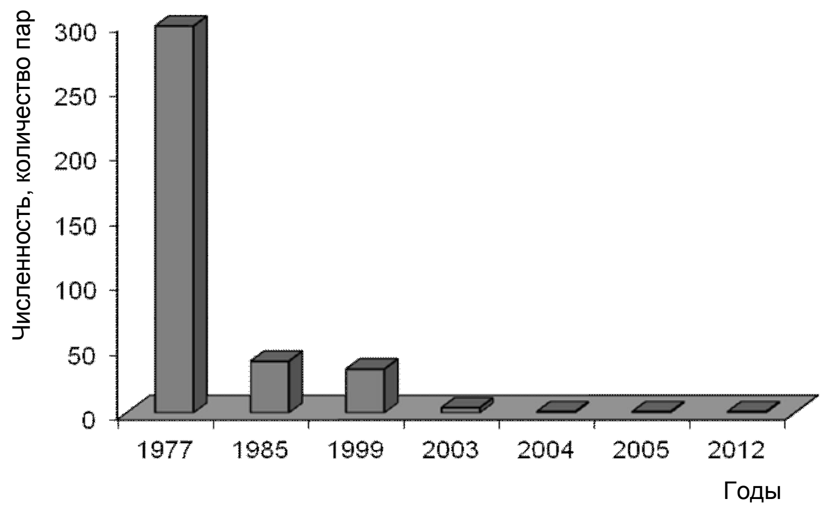


Рис. 2. Динамика численности озерной чайки на Рубских карьерах

В 2005—2007 гг. в колонии озерной чайки на отстойниках Чебыковского свинокомплекса гнездилось около 60 пар, гнезда располагались на заросшей части водоема. В последующие годы наблюдалось дальнейшее зарастание водоема, приведшее к исчезновению колонии. Часть птиц, по-видимому, переместилась в пойму ручья, располагающегося в 2,5 км и являющегося стоком очистных сооружений пос. Аньково.

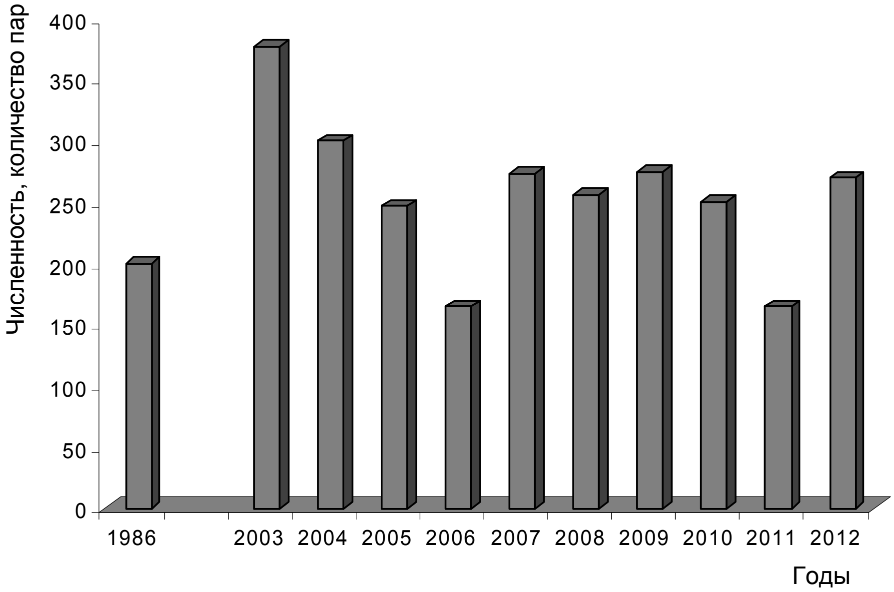


Рис. 3. Динамика численности озерной чайки на карьерах Большое Болото

Сокращение численности озерной чайки на рубеже веков отмечено и в соседних регионах [2].

В настоящее время наиболее крупная и стабильная в Ивановской области колония озерной чайки (3500 пар) известна в Андрониховской пойме Горьковского водохранилища [1].

Морская чайка *(Larus marinus)* — залетный вид. Одиночная особь наблюдалась М. А. Бубновым [5] 27 апреля 1932 г. на невспаханном поле в окрестностях г. Приволжска.

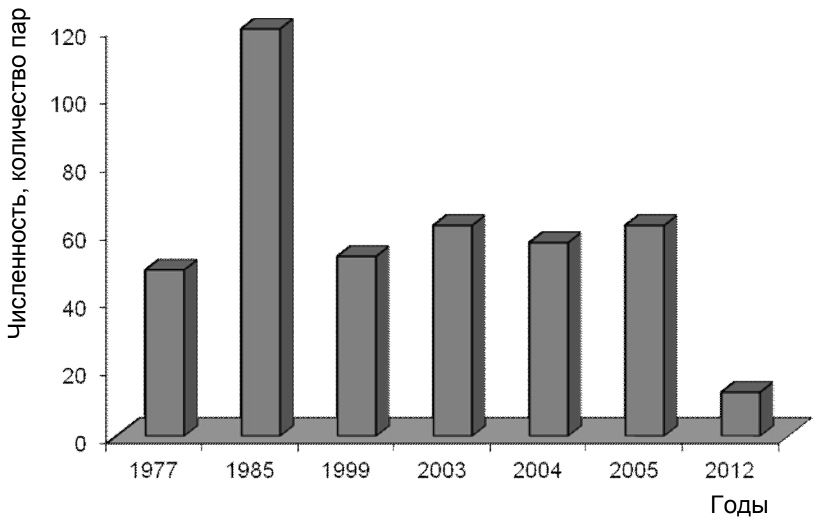


Рис. 4. Динамика численности сизой чайки на Рубских карьерах

Сизая чайка *(Larus canus)* — обычный гнездящийся вид. Гнездится небольшими колониями либо отдельными парами. Сизые чайки очень быстро обживают новые водоемы. Иногда эти птицы начинают гнездиться уже на следующий год после образования пруда, карьера или водохранилища. К концу 1990-х гг. общая численность сизых чаек на территории Ивановской оценивалась в 7 тыс. особей, и наиболее крупные колонии численностью 150—200 пар чаек обнаруживались на торфяных карьерах в Комсомольском районе [7]. В учетах до 1990 г. сизая чайка составляла около 20 % населения чайковых региона, после 1991 г. — 42 % [18].

Мониторинг поселений чайковых на комплексах торфоразработок демонстрирует направленное повышение численности сизой чайки. В 1980-е гг. сизая чайка составляла 24 % от общего населения чайковых торфоразработок [17], а к настоящему моменту — 74,5 % (рис. 4).

На Рубских карьерах в 1977 г. гнездилось около 50 (49) пар сизых чаек [19]. В 1985 г. здесь было учтено 120 пар [17], а в 1999-м — 53 пары. В 2003 г. на Рубских карьерах гнездилось 62 пары сизых чаек, в последующие годы численность варьировала незначительно (рис. 4). В 2012 г. на исследуемой территории было отмечено только 12 гнездящихся пар.

На торфокомплексе Большое Болото по опросным данным в 1986 г. гнездилось 100 пар сизых чаек [17]. Исследование колонии в 2003 г. выявило гнездование 697 пар, и в период по 2010 г. наблюдалось варьирование численности птиц в колонии от 659 до 830 пар (рис. 5). В 2011—2012 гг. после крупных природных пожаров 2010 г. численность сизой чайки в колонии снизилась до 450 пар.

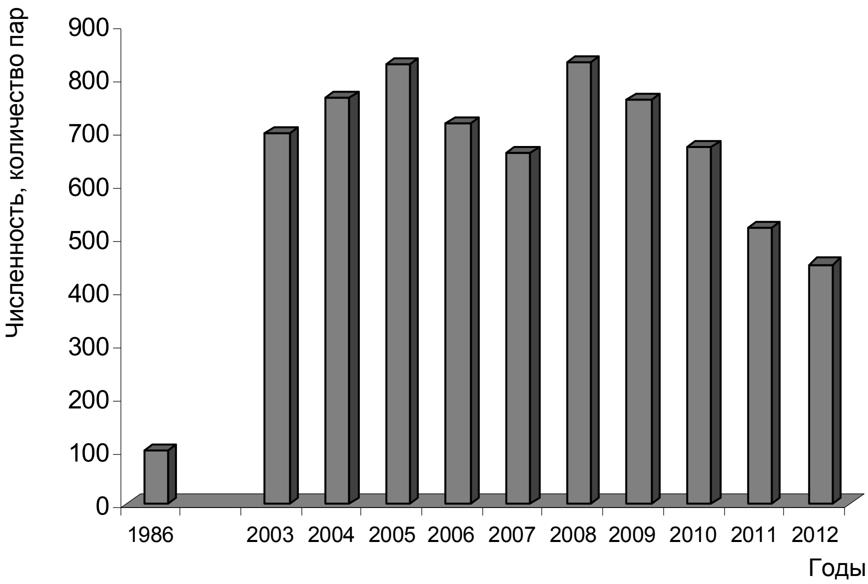


Рис. 5. Динамика численности сизой чайки на карьерах Большое Болото

Оценка численности сизой чайки производилась и на других территориях. На Октябрьских карьерах по данным 2005 г. колония насчитывает 650—680 пар. На Сахтышских карьерах в 2004—2005 гг. гнездилось порядка 170 пар сизой чайки. В Андрониховской пойме в 2005 г. численность оценена в 30—40 пар.

В последнее время довольно обычным явлением стало гнездование сизой чайки на плоских крышах зданий и сооружений в населенных пунктах, в том числе в областном центре.

Крачки

Черная крачка *(Chlidonias niger)* — редкий гнездящийся вид. Для него характерны частые смены мест гнездования. Наиболее крупная колония была расположена в Тейковском районе на торфяных карьерах близ д. Сидорино, в 1986 г. здесь гнездилось около 100 пар [7]. Позже эти карьеры высохли и выгорели, в 2002 г. черные крачки здесь не обнаружены [18]. Колония около 30 пар была найдена в июне 1982 г. в среднем течении р. Лух. До 20 пар черных крачек гнездилось в 1985—1990 гг. на оз. Гусевском [18]. После 1991 г. было обнаружено 7 колоний вида от 2 до 80 пар [18]. Общее количество черных крачек, гнездящихся на территории Ивановской области в конце XX в., оценивалось в 500 пар [7].

В настоящее время на территории области достаточно широко распространены локальные неустойчивые колонии черных крачек, которые используются видом в отдельные годы. Такие посеелния известны, в частности, в Приволжском, Фурмановском (пруд у пос. Меленки), Шуйском (пруд у с. Васильевского) районах, на зарастаюших озерах Клязьминского заказника, на различных комплексах торфоразработок (Сахтыш-Рубское, Октябрьские карьеры и др.), отмелях побережий крупных рек (Лух, Теза, Клязьма) и Горьковского водохранилища (Андрониховская пойма).

Вид занесен в Красную книгу Ивановской области [8].

Белокрылая крачка *(Chlidonias leucopterus)* — редкий гнездящийся вид. Многолетние колонии на территории Ивановской области неизвестны. Как правило, белокрылые крачки образуют поселения рядом с другими чайковыми (чаще всего с черной крачкой и озерной крачкой). Около 80 пар белокрылых крачек гнездилось в 1980 г. на оз. Гусевском рядом с колонией озерных чаек, в 1985 г. — рядом с черными крачками [18]. В 1982 г. в 1,5 км выше по течению р. Лух от с. Мугреево-Никольское 10 пар крачек гнездились на небольшом торфяном поле в 300 метрах от берега реки. В 1984 г. около с. Андреевского Приволжского района на небольшом озере гнездилось около 30 пар. Около 20 пар отмечалось в Тейковском районе на торфяных карьерах возле д. Сидорино. Общее число белокрылых крачек, гнездящихся на территории Ивановской области в конце XX в., оценивалось в 400 особей [7]. Колония в 50 пар на северной границе Клязьминского заказника (восточнее д. Изотино) просуществовала только один год.

Распространение белокрылых крачек на территории Ивановской области схоже с таковым черной крачки. При этом поселения белокрылых крачек встречаются реже, но могут быть больше по численности. Часто оба вида образуют смешанные колонии.

Белокрылая крачка занесена в Красную книгу Ивановской области [8].

Речная крачка *(Sterna hirundo)* — обычный гнездящийся вид. Гнездится колониями и отдельными парами по берегам водоемов различного типа. По литературным данным, в Ивановской области 51,8 % колоний речных крачек расположено на торфяных карьерах, 26 % — на водохранилищах и других антропогенных водоемах, 22,2 % — на естественных водоемах [18]. В конце XX в. на территории Ивановской области численность речной крачки оценивалась в 1,4 тыс. пар [7]. Средняя величина колонии — 13 птиц [18].

Крупная колония речных крачек располагалась в Комсомольском районе на торфяных карьерах в окрестностях пос. Подозерский. В 1986 г. здесь вместе с озерными и сизыми чайками гнездились около 100 пар речных крачек [7, 17].

На торфоразработках Ивановской области речная крачка образует стабильные небольшие поселения, составляя 2—3 % от численности всех чайковых птиц. На Рубских карьерах в 1977 г. гнездилось 7 пар речных крачек [19]. В 1985 г. здесь было учтено 15 гнездящихся пар [17], а в 1999 г. — 12. В 2003 г. на Рубских карьерах гнездилось 10 пар крачек (рис. 6). В 2004 г. уровень воды во многих карьерах поднялся в результате строительной деятельности бобров, и численность речных крачек снизилась до 7 пар. В 2012 г. на исследуемой территории было отмечено 11 гнездящихся пар данного вида.

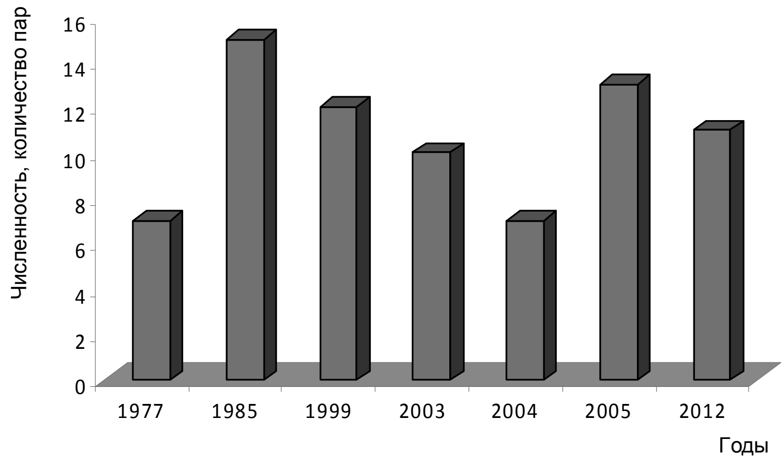


Рис. 6. Динамика численности речной крачки на Рубских карьерах

На торфокомплексе Большое Болото по опросным данным в 1986 г. речные крачки не отмечены [17]. В период с 2003 по 2012 г. численность крачек в колонии на карьерах Большое Болото варьировала в пределах 26—30 пар. Снижение численности до 23 пар отмечено в 2011 г. после природных пожаров лета 2010 г. В 2012 г. численность речных крачек вернулась к прежним показателям.

В 2005 г. на территориии Андрониховской поймы численность речных крачек в колонии составила 120 пар.

Малая крачка *(Sterna albifrons)* — очень редкий гнездящийся вид. Гнездится одиночно или колониями, поселяясь на песчаных отмелях и косах. Численность в Ивановской области значительно снизилась в связи с изменением гидрологического режима на Волге после создания Рыбинского и Горьковского водохранилищ [6]. Позднее малая крачка на территории Ивановской области длительное время не регистрировалась. По-видимому, отдельные пары гнездятся на побережье и островах Горьковского водохранилища и его отрогов [3], в частности, территориальная пара птиц отмечена нами на заиленных отмелях в Андрониховской пойме в 2004 г. Вид занесен в Красную книгу РФ [9] и Ивановской области [8].

Комплекс больших белоголовых чаек

Отдельно следует рассмотреть комплекс больших белоголовых (серебристых) чаек, к которому относят ***клушу*** *(Larus fuscus)*, ***серебристую чайку***

(L. argentatus), ***халея*** *(восточную клушу) (L. heuglini)*, ***барабинскую хохотунью*** *(L. (heuglini) barabensis)*, ***хохотунью*** *(L. cachinnans)*.

Группа больших белоголовых чаек представляет собой комплекс близких видов, подвидов и форм, населяющих побережья морей и крупных внутренних озер Палеарктики, с недостаточно разработанной систематикой. В настоящее время целый ряд форм этой группы с морских побережий распространились вглубь континента, образуя колониальные поселения на побережьях водохранилищ, крупных рек и комплексов торфяных карьеров. Большие белоголовые чайки разных форм сравнительно недавно появились на территории Ивановской области. В настоящее время эти птицы постепенно увеличивают численность, заселяя новые места обитания.

Клуша *(Larus fuscus)* — редкий пролетный вид. Во второй половине апреля мигрирующие клуши стайками до десятка пар пролетают вверх по Волге на северо-запад. Осенью этот вид отмечается в конце августа — начале сентября, но, как правило, в меньшем количестве [7].

Серебристая чайка *(Larus argentatus)* — редкий гнездящийся распространяющийся вид, образующий локальные колонии до нескольких десятков пар. Ранее данный вид отмечался только на пролетах [7]. В конце 1990-х гг. были отмечены на гнездовании первые единичные пары на крупных реках области (Лух, Клязьма, Теза). В 2005 г. на гнездовании были отмечены 2 пары на торфоразработках «Октябрьский». Так же в 2005 г. в гнездовой период на территории Рубского озера были отмечены 2 пары чаек. Начиная с 2004 г. в Андрониховской пойме Горьковского водохранилища данные чайки регулярно отмечаются на гнездовании. В 2006 г. на гнездовании была зарегистрирована колония данной группы птиц численностью 50—60 пар.

Халей (восточная клуша) *(Larus heuglini)* — очень редкий гнездящийся вид. В 2005 г. единичные птицы отмечались на Горьковском водохранилище в окрестностях с. Обжериха. В 2007 г. на карьерах Большое Болото отмечено гнездование двух особей восточных клуш в смешанных парах — с формами *cachinnans* и *barabensis*. Отдельные особи отмечались здесь и в последующие годы. В 2011—2012 гг., после пожаров 2010 г., данная форма не регистрировалась.

Барабинская хохотунья *(Larus (cachinnans) barabensis)* — чайки с признаками данной формы регистрируются на торфоразработках Большое Болото. В 2007 г. одна особь образовала смешанную пару с формой *heuglini*.

Хохотунья *(Larus cachinnans)* — регулярно отмечается на гнездовании на комплексе торфоразработок Большое Болото. Единичные птицы также отмечаются в Андрониховской пойме Горьковского водохранилища.

Самым крупным поселением группы больших белоголовых чаек, в котором отмечается совместное гнездование форм *argentatus* и *cachinnans*, является комплекс торфоразработок Большое Болото. С 2003 г. ведется мониторинг численности этой колонии (рис. 7). С 2003 по 2010 г. происходил рост численности птиц в связи с постепенным зарастанием карьеров и возникновением мест, удобных для гнездования чаек. Численность колонии за этот период возросла со 120 до 300 пар, но вследствие торфяных пожаров 2010 г. в 2011 г. большое количество гнездовых территорий не было занято, и численность больших белоголовых чаек сократилась почти вдвое (до 170 пар). Но уже в 2012 г. численность колонии восстановилась до 285 пар.

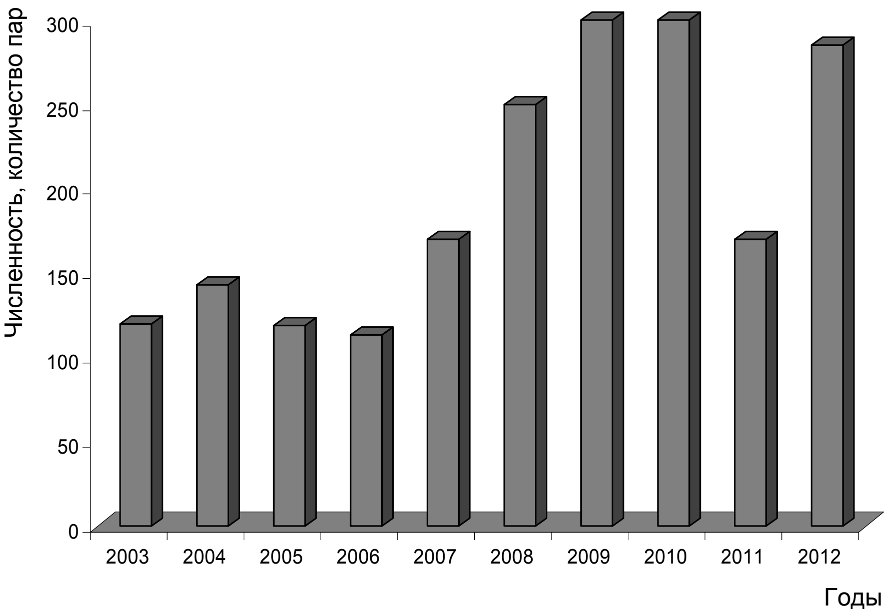


Рис. 7. Динамика численности больших белоголовых чаек на карьерах Большое Болото

В 2008—2010 гг. в рамках российско-польского проекта по изучению больших белоголовых чаек проводились исследования на смешанной колонии на торфокарьерах Большое Болото. Колония имеет сложную видовую структуру, которую изучали на основе морфометрии отловленных особей ($n = 25$) и анализе цифровых снимков ($n = 64$). Среди отловленных особей доминируют «чистые» виды (63 %), особи с промежуточными признаками являются гибридными. В составе колонии были выявлены формы *argentatus, cachinnans* (наиболее близкие по морфологическим характеристикам виды), *heuglini, barabensis*. Птицы с промежуточными значениями признаков были отнесены к трем гибридным группам: промежуточный тип 1 — гибриды форм *argentatus/cachinnans* и *argentatus/barabensis*, промежуточный тип 2 — гибриды *barabensis/heuglini*, промежуточный тип 3 — гибриды *heuglini/fuscus* (рис. 8). При анализе фотографий соотношение форм *argentatus* и *cachinnans* составило 88 % ($n = 56$) и 12 % ($n = 8$) соответственно.

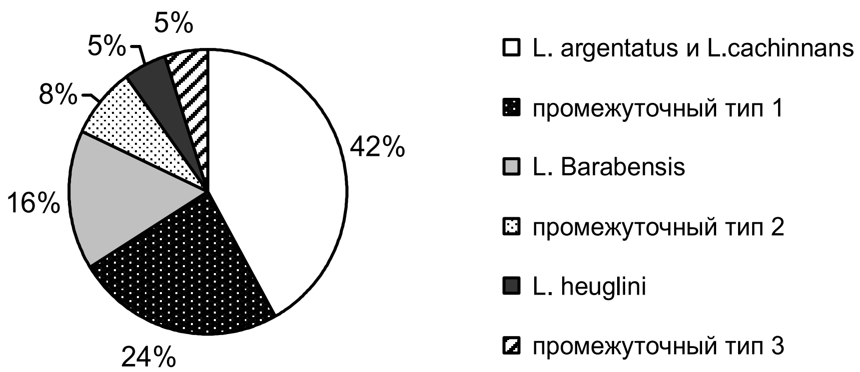


Рис. 8. Состав колонии больших белоголовых чаек на торфоразработках Большое Болото по результатам морфометрии отловленных взрослых птиц

Также производился сбор образцов крови птиц для проведения молекулярно-генетического анализа с целью установления видовой структуры поселения. В ходе лабораторных исследований проводился анализ полиморфизма микросателлитных локусов ядерной ДНК, а также анализ митохондриальной ДНК (ген цитохрома *b*). Выборка включала 88 образцов.

Исследование ядерной ДНК проводилось по девяти микросателлитным локусам (табл. 1) с использованием мультиплексной ПЦР. Ген HG27 был исключен из дальнейшего анализа в связи с низким уровнем полиморфизма и трудностями, возникшими при его определении.

Высокий уровень полиморфизма и значение PIC > 0,5 (PIC — информационное содержание полиморфизма) были выявлены только для 6 локусов. В целом выявлено 68 аллелей. Количество определенных аллелей для разных локусов колебалось от 2 (K71) до 12 (K31 и K32), высоко полиморфными также оказались локусы HG25 и HG16 — по 10 аллелей. Среднее количество аллелей на один локус составляет 8,5. Был произведен расчет ожидаемой и наблюдаемой гетерозиготности.

Таблица 1

Исследуемые локусы

Локус	Последовательности нуклеотидов праймеров	Количество аллелей
HG27*	F: 5’-AGTGCAGGCAATAGTGTTGG-3’ R: 5’-GGATCTCTGGGCTCCTGGAG-3’	–
HG25	F: 5’-TACCTCCGCTCTCCCCTCCA-3’ R: 5’-GGAGCAGCCGACAAAGCCTC-3’	10
HG14	F: 5’-ATCGCTGCCAGGGCTGAGC-3’ R: 5’-TGTCTCGGGGAGTGTTTGCC-3’	9
HG18	F: 5’-AGCCCACACCTCTGGCATTG-3’ R: 5’-TAGCAGCTGCCATACATCAG-3’	8
HG16	F: 5’-TGATGCTTTGGCTGCAAATG-3’ R: 5’-GTCTTTGCCATATGGGTTCC-3’	10
K31	F: 5’-TTCTCGGGCACATAAACCTC-3’ R: 5’-CTCGCAGCATCTGGAAGG-3’	12
K32	F: 5’-CATTGCACGAGTGTTAAGCTG-3’ R: 5’-AAGGGTGCCTGTCCTTGTC-3’	12
K67	F: 5’-CACACCTGTATCCATCCATC-3’ R: 5’-TGGACGCACACATACATATT-3’	5
K71	F: 5’-TAGTCTGGAGGTTGCAAATG-3’ R: 5’-AAACAACACCAAGAGGAAGG-3’	2

Сравнение этих величин позволяет определить, будет ли гетерозиготность в популяции существенно отличаться от рассчитанной по закону Харди — Вайнберга. Отклонение от равновесия Харди — Вайнберга было отмечено для локусов K32 и HG16, что свидетельствует о наличии в популяции нулевых аллелей. Другим объяснением может быть эффект Валунда, который возникает в случае сочетания в популяции двух и более различных частот аллелей, в результате чего увеличивается доля гомозигот, что весьма вероятно при наличии особей гибридного происхождения.

Наиболее полные результаты получены для локуса K32, так как именно для него наблюдается отклонение от равновесия Харди — Вайнберга. Этот результат согласуется с фенотипическими наблюдениями и свидетельствует о наличии по крайней мере двух различных частот аллелей в популяции (эффект Валунда).

Таблица 2

Частные характеристики локусов

Локус	k	N	H obs.	H exp.	PIC	HW
K32	11	82	0.646	0.813	0.783	*
HG18	8	82	0.707	0.692	0.662	NS
K71	2	82	0.061	0.082	0.078	ND
HG14	9	82	0.756	0.786	0.747	NS
HG16	10	85	0.729	0.806	0.778	NS
HG25	9	87	0.782	0.751	0.707	NS
K31	11	86	0.802	0.823	0.796	NS
K67	4	87	0.161	0.153	0.147	ND

Примечание. K — количество аллелей, N — количество особей, H obs. — наблюдаемая гетерозиготность, H exp. — ожидаемая гетерозиготность, PIC — степень полиморфизма, HW — разница между наблюдаемой и ожидаемой гетерозиготностью в соответствии с законом Харди — Вайнберга (NS — несущественная, ND — невозможно оценить, * — значительная).

На основании полученных частот аллелей была определена структура населения больших белоголовых чаек с помощью программы «Structure». Эта программа предназначена для изучения структуры населения, выявления мигрантов и особей гибридного происхождения, а также для оценки частот аллелей в случаем присутствия большого количества мигрантов или гибридов.

Исходя из данных фенотипических исследований изучаемое поселение образовано тремя-четырьмя родительскими формами. В связи с этим машинный анализ проводился для четырех заданных кластеров — *Larus argentatus*, *L. cachinnans*, *L. heuglini*, *L. c. barabensis* и показал наличие особей гибридного происхождения, что подтверждает морфологические наблюдения.

Анализ митохондриальной ДНК (ген цитохрома *b*) не дал значимых результатов в связи с неполной амплификацией гена. Для уточнения данных планируется повторить исследование с использованием других праймеров и проанализировать дополнительные образцы, полученные позднее.

Фауна и население чайковых птиц в Ивановской области динамичны, требуют дальнейшего мониторинга и контроля. Изучение симпатричных поселений больших белоголовых чаек имеет особое значение для понимания эволюционных и популяционных процессов.

Библиографический список

1. Авифауна Андрониховской поймы Горьковского водохранилища / Р. Ю. Киселев, С. В. Романова, Д. Е. Чудненко, А. А. Есергепов // Экол. вестн. Чувашской Республики. Чебоксары, 2007. Вып. 57 : Материалы Всерос. науч.-практ. конф. «Изучение птиц на территории Волжско-Камского края», 24—26 марта 2007 г., г. Чебоксары Чувашской Республики. С. 172—175.
2. *Бакка С. В.* Численность гнездящихся колониальных околоводных птиц Нижегородской области и тенденции ее изменения // Бутурлинский сборник : материалы

I Всерос. науч.-практ. конф., посвященной памяти С. А. Бутурлина. Ульяновск, 2003. С. 122—136.

3. *Бакка С. В., Киселева Н. Ю.* Ключевые орнитологические территории Нижегородской области // Инвентаризация, мониторинг и охрана ключевых орнитологических территорий России. М., 2001. Вып. 3. С. 98—100.
4. *Баринов С. Н., Баринова М. О.* Новый для фауны Ивановской области вид, включенный в Красную книгу России // Экологические проблемы Ивановской области : сб. материалов межвуз. науч.-практ. конф. Иваново, 2005. С. 15—16.
5. *Бубнов М. А.* Материалы к познанию птиц юго-запада Костромской и севера Ивановской областей // Бюл. МОИП. Отд. биол. 1968. Т. 73, вып. 3. С. 35—46.
6. *Воронцов Е. М., Хохлова Н. А.* Формирование фауны Горьковского водохранилища // Орнитология. 1963. Вып. 6. С. 306—310.
7. *Герасимов Ю. Н., Сальников Г. М., Буслаев С. В.* Птицы Ивановской области. М., 2000. 125 с.
8. Красная книга Ивановской области / под ред. В. А. Исаева. Иваново : ПресСто, 2007. Т. 1 : Животные. 236 с.
9. Красная книга Российской Федерации. Животные. М., 2001. 864 с.
10. *Мельников В. Н.* Животные Красной книги России, обитающие в Ивановской области : учеб. пособие. Иваново, 2004. 40 с.
11. *Михлин В. Е.* О гнездовой площади обитания озерных чаек Заболотновской колонии // Учен. зап. Горьк. ун-та. Сер.: Биология. Горький, 1966. Вып. 75.
12. *Михлин В. Е.* Искусственная подкормка озерных чаек // География и экология наземных позвоночных. Владимир, 1972. С. 18—24.
13. *Панкратов И. Г.* Речная чайка // Природа Ивановской области. Иваново, 1968. С. 65—67.
14. Размещение и численность озерной чайки в центральных районах Нечерноземья / В. И. Зиновьев, А. В. Молодовский, В. А. Зубакин, Ю. А. Белоусов, А. И. Измайлов // Размещение и численность озерной чайки. М., 1981. С. 36—42.
15. *Сальников Г. М.* Особенности гнездования чаек на озере Серковском // Эколого-физиологические и эколого-фаунистические аспекты адаптации животных : межвуз. сб. науч. ст. Иваново, 1986. С. 64—66.
16. *Сальников Г. М.* Учет некоторых колониальных птиц в Ивановской области // Тез. докл. Всесоюз. совещания по проблеме кадастра и учета животного мира. М., 1986. Ч. 1. С. 191—192.
17. *Сальников Г. М.* Чайковые птицы Ивановской области // Вопросы инвентаризации фауны. Иваново, 1992. С. 108—116.
18. *Сальников Г. М.* Многолетняя динамика численности чайковых птиц в Ивановской области и прилегающих районах // Природа и человек : материалы IV науч.-практ. конф. «Природа и человек. Антропогенное воздействие на окружающую среду», Иваново, 23—24 ноября 2005 г. Иваново, 2005. С. 70—73.
19. *Хелевина С. А.* Некоторые данные о гнездовании чаек на торфяных карьерах Рубского озера // Актуальные проблемы охраны природы : (зоологический выпуск) : межвуз. сб. / Иван. гос. ун-т. Иваново, 1977. С. 69—71.
20. *Чудненко Д. Е.* Птицы торфоразработок Восточного Верхневолжья : (фауна, структура и динамика населения) : дис. … канд. биол. наук. М., 2007. 180 с.

УДК 28.591

Л. Ю. Минеева, О. Е. Скворцова

СВЕДЕНИЯ О РЖАВЧИННЫХ ГРИБАХ БОТАНИЧЕСКОГО САДА ИВАНОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

На территории ботанического сада ИвГУ собрано 32 вида культурных растений с признаками поражения ржавчинными грибами. Наиболее широко представленным в порядке *Uredinales* является семейство *Pucciniaceae*, ему принадлежат 19 видов патогенных грибов. Семейство *Melampsoraceae* насчитывает 7 видов патогенов.

Ключевые слова: ржавчинные грибы, облигатные паразиты, ботанический сад, растение-хозяин.

26 species of rust fungi were indicated in the territory of botanical garden of Ivanovo State University. These species belong to 7 families and parasitize on 32 species of plants.

Key words: rust fungi, botanical garden, host plant, obligate parasite.

Ржавчинные грибы относятся к классу базидиальных грибов, являются облигатными паразитами, не способны развиваться на мертвом субстрате. Поселяются главным образом на листьях, а также на околоцветниках, стеблях, а иногда и на ветвях. В отличие от большинства паразитных и особенно полупаразитных грибов, поселяющихся на ослабленных растениях, ржавчинные грибы поражают вполне здоровые экземпляры, а ослабленные растения заражаются с трудом [3].

Ржавчина является причиной некроза, уродства и опухолей органов растений, что может привести к нарушению нормальной жизнедеятельности или к полной гибели.

Исследование проводилось на территории ботанического сада ИвГУ. Сад расположен на северо-восточной окраине г. Иваново на правом возвышенном берегу р. Талка, окружен сосновыми и смешанными лесами (парк культуры и отдыха им. революции 1905 г.). Площадь сада составляет 4,32 га. Климат умеренно-континентальный, средняя многолетняя температура +2,7 °С. Средняя продолжительность безморозного периода 123 дня [4]. Увлажнение почв атмосферное, нормальное. В среднем за год выпадает 607 мм осадков, из них 1/3 с ноября по март [7]. Таким образом, ботанический сад ИвГУ отличается мягким микроклиматом, надежной защищенностью от ветров, хорошо дренированными почвами.

В период с апреля по октябрь 2007—2012 гг. проходили сбор и гербаризация фитопатогенного материала с признаками поражения паразитными грибами. Дальнейшее исследование материала проводилось при помощи микрофотосъемки на цифровом микроскопе «Motic Images Plus. Version 2. OML» и визуального определения с использованием специальной литературы. В результате комплексного исследования уредофлоры собрано и определено 26 видов ржавчинных грибов, паразитирующих на 32 видах растений из коллекции ботанического сада ИвГУ, и составлен общий список:

— на деревьях:
Melampsora salicina Lev. на *Salix caprea* L., *Salix aurita* L.,
Melampsora tremulae Tul. на *Populus tremula* L.,
Gymnosporangium juniperi Link. на *Sorbus aucuparia* L.,
Tranzschelia pruni-spinosae Pers. на *Prunus spinosa* L.,
Melampsoridium betulinum Kleb. на *Betula pendula* L.,
Cronartium ribicola I. C. Fisch. на *Pinus strobes* L., Fisch, *Pinus sylvestris* L.;
— кустарниках:
Phragmidium rosae rugosae Kasai. на *Rosa rugosa* Thunb.,
Phragmidium tuberculatum J. Mull. на *Rosa majalis* L.,
Cronartium ribicola I. C. Fisch на *Ribes nigrum* L., *Ribes aureum* Pursh.,
Puccinia graminis Pers. на *Berberis vulgaris* L.,
Cummininsiella sanguine Peck. на *Mahonia aquifolium* Nutt.,
Gymnosporangium juniper Link. на *Juniperus communis* L.;
— травянистых растениях:
Coleosporium inulae Rab. на *Inula helenium* L.,
Coleosporium campanulae Pers. на *Campanula rapunculoides* L.,
Uromyces geranii Lev. на *Geranium pratense* L.,
Puccinia digraphidis Soppitt. на *Convallaria majalis* L.,
Puccinia iridis Wallr. на *Iris x hybrid* Hort.,
Aecidium thalictri Grev. на *Thalictrum minus* L.,
Puccinia aegopodii Pers. на *Aegopodium podagraria* L.,
Puccinia malvacearum Mont. на *Malva alcea* L.,
Puccinia menthae Pers. на *Mentha piperita* L.,
Puccinia porri Wint. на *Allium schoeno-prasum* L.,
Puccinia rossiana Sacc. на *Scilla sibirica* L.,
Puccinia trailii Cooke на *Pisum sativum* L.,
Uromyces pisi Pers. на *Rumex acetosa* L.,
Puccinia caricis Kleb. на *Cirsium arvense* L.,
Puccinia graminis Pers. на *Erytrigia repens* L.,
Melampsorella symphyti Bub. на *Symphytum caucasicum* Beib.,
Coleosporium cirsii-japonici Diet. на *Urtica dioica* L.

Проанализировав видовой состав и жизненные формы растений-хозяев, выяснили, что в большей степени ржавчинными грибами поражаются многолетние растения. Из всех представленных в списке растений нет однолетников. А среди многообразия жизненных форм симптомы заболевания чаще всего проявляются на травянистых растениях: 17 видов пораженных растений — травы, 8 видов — деревья и 7 видов — кустарники (рис. 1).

Оценивая хозяйственную значимость растений, зараженных ржавчинными грибами, выявили, что 21 вид относится к культурным растениям, это либо декоративные (*Pinus strobus* L., *Berberis vulgaris* L., *Scilla sibirica* L., *Juniperus communis* L., *Convallaria majalis* L., *Thalictrum minus* L., *Malva alcea* L., *Mahonia aquifolium* Nutt. и др.), либо лекарственные (*Mentha piperita* L., *Inula helenium* L., *Pinus sylvestris* L., *Allium schoeno-prasum* L., *Symphytum caucasicum* Beib. и др.), либо используемые в пищу растения (*Sorbus aucuparia* L., *Prunus spinosa* L., *Pisum sativum* L., *Rumex acetosa* L., *Ribes nigrum* L. и др.). 11 видов растений-хозяев являются дикорастущими на территории сада (*Salix caprea* L., *Salix aurita* L., *Populus tremula* L. и др.), в том числе 3 вида сорных (*Erytrigia repens* L., *Urtica dioica* L., *Aegopodium podagraria* L.). Заселяя органы растения, особенно во влажную погоду, ржавчинные грибы выделяют в них продукты жизнедеятельности, которые нередко оказываются токсичными для человека. Следовательно, лекарственные и пищевые растения с признаками поражения ржавчиной не пригодны для сбора и заготовки сырья. Пораженные ржавчинными грибами декоративные растения теряют эстетические свойства и не могут быть использованы по своему назначению в практических целях [8].

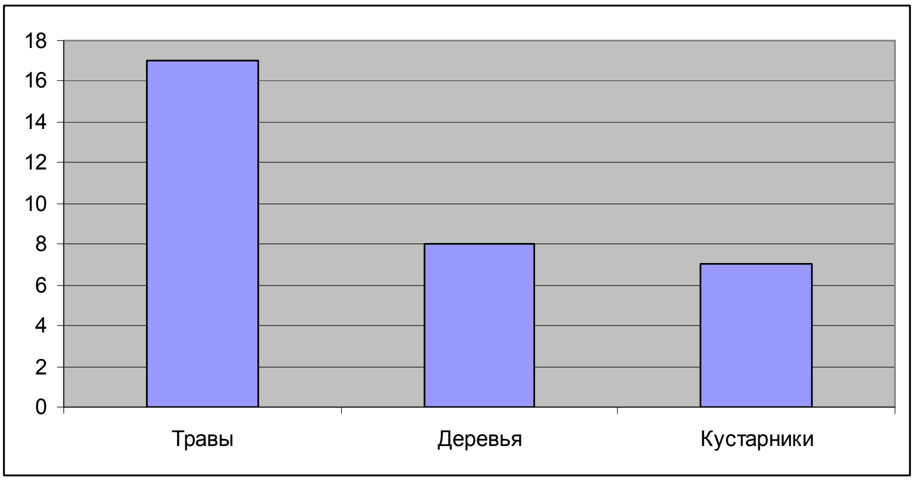


Рис. 1. Соотношение жизненных форм растений-хозяев ржавчинных грибов

При сравнении распределения паразитических грибов по таксономическим группам, установлено (рис. 2), что наиболее распространенными являются виды семейства *Pucciniaceae* (19 видов, или 70 %), обнаруженные на 20 видах питающих растений. Семейство *Pucciniaceae* представлено 7 родами (*Uromyces, Puccinia, Aecidium, Tranzschelia, Gymnosporangium, Phragmidium, Cummininsiella*). Наиболее многочисленным по числу видов патогенов является род *Puccinia,* к нему относятся 10 видов грибов-паразитов.

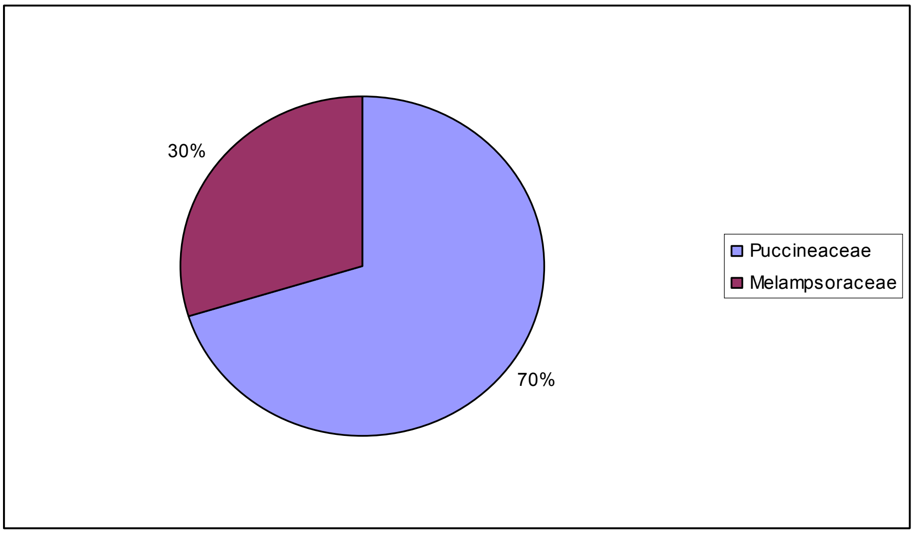


Рис. 2. Соотношение семейств *Pucciniaceae и Melampsoraceae* порядка *Uredinales*

Семейство *Melampsoraceae* представлено 5 родами (*Melampsora*, *Cronartium, Coleosporium, Melampsorella, Melampsoridium*), обнаруженными на 8 видах растений, что составляет 30 % от общего числа зараженных хозяев. Наиболее широко представлен род *Cronartium*, паразитирующий на 4 видах культурных растений. Выявленные закономерности вполне согласуются с данными аналогичных исследований по Ивановской области [1, 2, 5, 6].

Более широкое распространение семейства *Pucciniaceae* можно объяснить тем, что они развиваются на растениях всех жизненных форм (деревьях, кустарниках, травах), а также имеют различные типы жизненных циклов, что определяет большую устойчивость к природным условиям. Грибы семейства *Melampsoraceae* преимущественно развиваются на древесно-кустарниковых растениях, это существенно ограничивает их распространение.

Проанализировав биологические особенности ржавчинных грибов, выяснили, что полный цикл развития по типу Eu-Uredinales имеет 21 вид грибов (78 % от общего количества патогенов). По количеству растений-хозяев преобладают разнохозяйные виды (20 видов грибов, или 74 %).

Таким образом, в результате изучения видов ржавчинных грибов можно проследить их жизненный цикл и разработать методы борьбы против распространения ржавчинников по территории ботанического сада. Если гриб-паразит является многохозяйным видом, как, например, вид *Puccinia graminis* Pers., паразитирующий на *Berberis vulgaris* L. (декоративном, ценном для ботанического сада виде), то возможно ограничить его распространение, исключив из жизненного цикла гриба второго хозяина (сорные злаки). Для однохозяйных видов, как, например, *Phragmidium rosae-rugosae* Kasai., паразитирующий на *Rosa rugosa* Thunb., в качестве борьбы с заболеванием возможно применение фунгицидов и грамотная осенняя утилизация пораженных листьев растения.

Своевременное выявление и определение причин болезни поможет сохранить декоративность и исключить гибель ценных для ботанических садов растений, что, как показало исследование, важно и для группы ржавчинных грибов.

Библиографический список

1. *Алявдина К. П.* Материалы по грибной флоре леса Иваново-Вознесенской губернии // Изв. Иван.-Вознес. политехн. ин-та им. М. В. Фрунзе. 1928. Т. 12. С. 147—167.
2. *Алявдина К. П.* Материалы по грибной флоре леса Ивановской области. Иваново, 1949. С. 128—139.
3. *Купревич В. Ф., Ульянищев В. И.* Определитель ржавчинных грибов СССР. Минск, 1975. Ч. 1. 426 с.
4. Климат Иванова. Л. : Гидрометеоиздат, 1981. 160 с.
5. *Минеева Л. Ю.* Ржавчинные грибы в Ивановской области // Материалы II обл. науч. краевед. конф. Иваново, 1992. С. 90—92.
6. *Минеева Л. Ю.* Новые виды ржавчинных грибов Ивановской области // Тез. докл. юбил. науч. конф. ИвГУ. Иваново, 1994. С. 249—250.
7. Природа Ивановской области. Ярославль : Верх.-Волж. кн.изд-во, 1976. 200 с.
8. *Скворцова О. Е., Минеева Л. Ю.* Патогенная микофлора культурных и дикорастущих растений ботанического сада ИвГУ // Материалы регион. науч. конф. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2012. С. 240—246.

УДК 58.006

А. С. Бельцов, И. Н. Борисова

ДЕНДРОЛОГИЧЕСКАЯ КОЛЛЕКЦИЯ БОТАНИЧЕСКОГО САДА ИВАНОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Приводятся результаты краткого систематического, биоморфологического и биогеографического анализа дендрологической коллекции ботанического сада Ивановского государственного университета по состоянию на 2012 г.
Ключевые слова: дендрологическая коллекция, ботанический сад ИвГУ.

In 2012 dendrological collection of botanical garden of Ivanovo State University includes 191 species of trees and shrubs from 37 families, 122 forms and sorts. Brief systematical, biomorfological and geographical analysis is presented in the article.
Key words: dendrological collection, botanical garden of IvSU.

Ботанический сад ФГБОУ ВПО «Ивановский государственный университет» — уникальный объект высшего учебного заведения, научно-учебное структурное подразделение кафедры ботаники и зоологии биолого-химического факультета. Наиболее ценной коллекцией ботанического сада является собрание древесно-кустарниковых растений. Анализ его флоры был проведен в 2003 г. М. П. Шиловым и Е. А. Борисовой [5]. В связи с планирующейся реконструкцией дендрария сада и созданием новых экспозиций с использованием древесно-кустарниковых растений в 2011 г. были начаты инвентаризация и анализ имеющегося многообразия этих растений, по результатам которых был написан ряд работ [1, 2, 3].

По состоянию на 1 ноября 2012 г. дендрологическая коллекция сада насчитывает 191 вид деревянистых растений и 122 формы и сорта из 37 семейств (без учета коллекции роз). В 2012 г. коллекция была пополнена 20 видами. В результате опытов по семенному размножению [1] получены *Biota orientalis*, *Catalpa bignonioides*, *Chamaecylisus ruthenicus*, *Cydonia oblonga*. Ряд растений возобновлен в виде черенков (*Campsis grandiflora*, *Menispermum dauricum* и др.).

Систематический анализ дендроколлекции приведен на рис. 1. Преобладают покрытосеменные растения (84,4 %), голосеменные составляют 13,6 %. Наиболее широко представлено семейство *Rosaceae* (24,1 %) в связи с большой декоративной и хозяйственной ценностью его видов. 22 % семейств включают 1—3 вида. Таким образом, в дендрофлоре сада значится большое количество семейств — 37, что отвечает систематическому принципу формирования коллекции.

Широко представлены виды родов *Acer* (10 видов), *Juniperis* (8), *Spiraea* (8), *Salix* (6), *Rhododendron* (6). В 2012 г. заложена экспозиция кленов, в 2013 г. планируется создание участка рододендронов. Имеются коллекции разновидностей *Thuja occidentalis* (12 форм и сортов), *Berberis thunbergii* (7), *Spiraea japonica* (5). Широко представлены сорта плодово-ягодных культур: *Malus domestica* — 13 сортов, *Rubus idaeus* — 11, *Ribes nigrum* — 9.

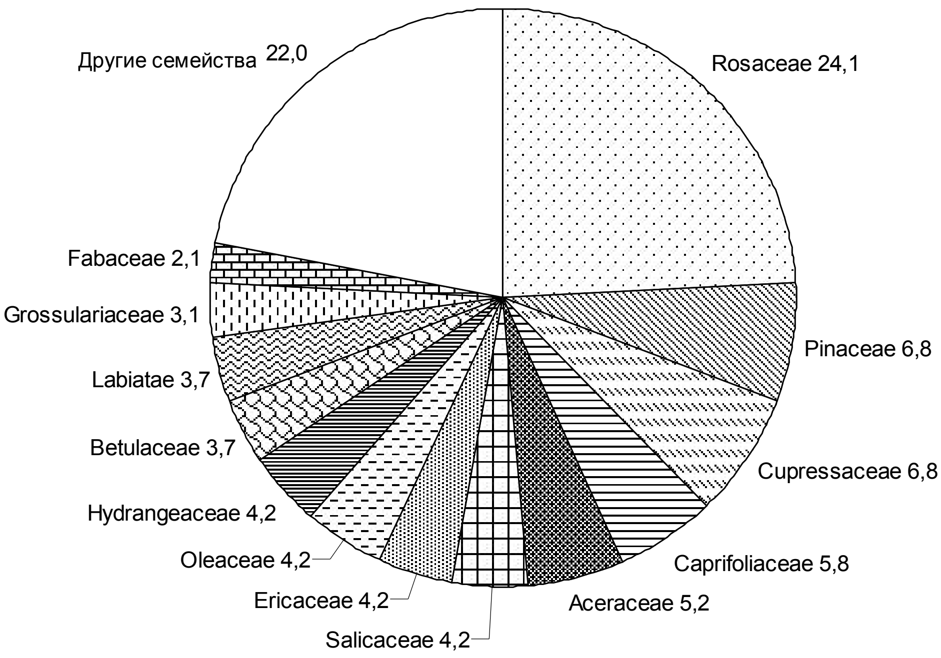


Рис. 1. Спектр семейств по числу видов, %

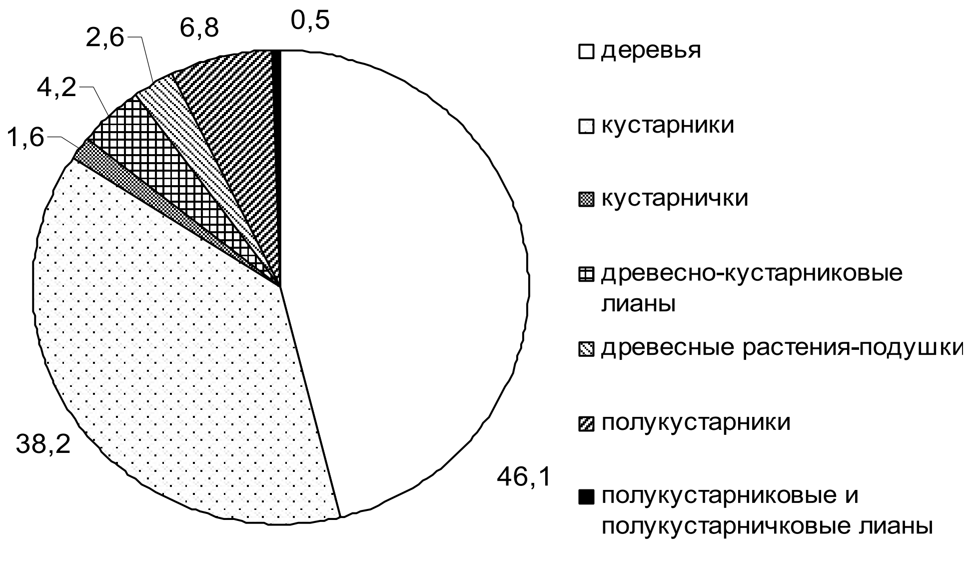


Рис. 2. Соотношение жизненных форм деревянистых растений ботанического сада ИвГУ, %

Среди жизненных форм (по И. Г. Серебрякову, 1962) [4] преобладают древесные растения — деревья (46,1 %) и кустарники (38,2 %). В 2012 г. увеличилась доля полукустарников (6,8 против 3,2 % в 2011 г.) (*Genista tincroria*, *Pachysandra terminalis*, *Rubus odoratus* и др.) и древесно-кустарниковых лиан (4,2 %) (*Menispermum dauricum*, *Lonicera caprifolium*).

В биогеографическом отношении преобладают виды флоры Восточной Азии (26,3 %), виды местной флоры составляют 22,1 %.

В течение 2011—2012 гг. заложены новые экспозиции с широким использованием древесно-кустарниковых растений: экспозиция хвойных растений (10 видов, 7 садовых форм), сад по мотивам японского искусства (18 видов), плодово-ягодный сад (19 видов, 64 сорта). Таким образом, происходит дальнейшее пополнение дендрологической коллекции, систематизация и формирование новых экспозиций, показывающих приемы использования деревянистых растений в озеленении и ландшафтном дизайне.

Библиографический список

1. *Бельцов А. С.* Семенное возобновление древесно-кустарниковых растений ботанического сада ИвГУ // Актуальные проблемы сохранения и изучения биоразнообразия Верхневолжья : материалы Межрегион. науч.-практ. конф., посвященной 35-летию кафедры общей биологии и ботаники и ботанического сада ИвГУ, Иваново, 28—29 сент. 2012 г. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2012. С. 193—197.
2. *Бельцов А. С., Борисова И. Н.* Древесно-кустарниковые растения ботанического сада Ивановского государственного университета // Междунар. чтения, посвященные 110-летию со дня рождения д-ра биол. наук, проф. Леонида Ивановича Рубцова : материалы конф., 15—18 мая 2012 г. Киев : Моляр С. В., 2012. С. 254—258.
3. *Бельцов А. С., Борисова И. Н.* Коллекция хвойных растений ботанического сада Ивановского государственного университета // Роль и значение ботанических дендрологических садов в системе развития особо охраняемых природных территорий : тез. докл. Всерос. науч.-практ. конф. (21—23 июня 2012 г.). Ярославль ; Переславль-Залесский : Канцлер, 2012. С. 38—42.
4. *Булыгин Н. Е.* Дендрология. Л. : Агропромиздат, Ленингр. отд-ние, 1991. 352 с.
5. *Шилов М. П., Борисова Е. А.* Ботанический сад Ивановского государственного университета. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2003. 137 с.

УДК 541.128

М. Г. Абдуллаев, М. В. Клюев

ГИДРОГЕНИЗАЦИОННОЕ АМИНИРОВАНИЕ АЛИФАТИЧЕСКИХ АЛЬДЕГИДОВ ПИРРОЛИДИН-2-КАРБОНОВОЙ КИСЛОТОЙ НА ПАЛЛАДИЕВЫХ КАТАЛИЗАТОРАХ

Гидроаминирование алифатических альдегидов пирролидин-2-карбоновой кислотой в мягких условиях (органические растворители, давление водорода 1 атм, температура 45 ^{0}C) на Pd/C и палладийсодержащих полимерах АН-1 и АВ-17-8 протекает в кинетической области. В зависимости от природы катализатора и альдегида выход целевых N-алкилпирролидин-2-карбоновых кислот изменяется в пределах от 60,3 до 87,8 %. Показано, что, за исключением метаналя, реакция гидроаминирования пирролидин-2-карбоновой кислотой протекает через промежуточное образование соответствующих енаминов.

Ключевые слова: каталитическое гидроаминирование, палладийсодержащие аниониты, N-алкилпирролидин-2-карбоновые кислоты.

The catalytic activity of the anionites, containing palladium, in the reactions of liquid-phase hydrogenating amination of aliphatic aldehydes by pyrrolidine-2-carbon acid was investigated. The yields of the N-alkylpyrrolidine-2-carbon acids are 60,3—87,8 % in dependence of nature of the catalysts and aldehydes.

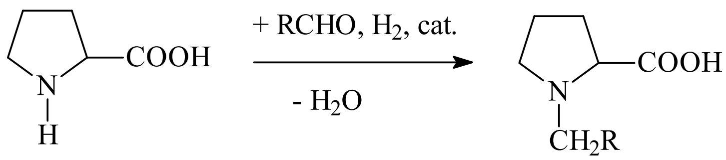
Key words: catalytic hydrogenating amination, anionites containing palladium, N-alkylpyrrolidine-2-carbon acids.

Известно, что многие гетероциклические соединения, и в первую очередь азотистые, являются сырьем для значительного числа процессов, используемых в настоящее время в химической, нефтехимической и фармацевтической промышленности. В этой связи поиск новых методов синтеза гетероциклических соединений позволит, с одной стороны, избавиться от некоторых дорогостоящих стадий, а с другой — более полно и рационально перерабатывать сырье и подойти к созданию новых технологических схем получения многих ценных веществ на базе этих соединений.

Решить частично или полностью указанные задачи позволяет каталитический синтез аминов гидрогенизационным аминированием карбонильных соединений на палладийсодержащих анионитах. Преимущества последних были подтверждены нами неоднократно в синтезе первичных [1, 4], вторичных [2, 5], третичных [3] аминов и других веществ, обладающих биологической активностью, в том числе лекарственных [8, 9].

Для оптимизации условий проведения гидрогенизационного аминирования алифатических альдегидов нормального строения пирролидин-2-карбоновой кислотой (схема 1) нами были осуществлены предварительные стандартные исследования, которые показали, что в выбранных условиях гидроаминирование протекает в кинетической области.

Схема 1



где R = H; CH_3; C_2H_5; C_3H_7; C_7H_{15} .

Значения модуля Тиле в зависимости от типа катализатора и субстратов изменяются в пределах от 0,18 до 0,84. Реакция имеет первый порядок по катализатору и водороду. Концентрационная зависимость скорости реакции неоднозначна: в том случае, когда концентрации субстратов становятся соизмеримыми с количеством активных центров катализатора, порядок реакции изменяется от нулевого к первому. В этой связи нами рассчитаны эффективные константы по начальным значениям скорости процесса, т. е. когда значения концентраций субстратов еще велики по сравнению с количеством активных центров катализатора (как правило, при степени превращения субстратов не более 10—15 %). Эффективную константу скорости нулевого порядка рассчитывали по уравнению

$$k_{эф} = W_H/(CH_2 \cdot C_{кат} \cdot P),$$

где W_H — начальная скорость гидроаминирования; CH_2 — концентрация водорода (растворимость водорода в исходном растворителе при данном давлении); $C_{кат}$ — концентрация катализатора; P — поправка, учитывающая нормальное давление паров растворителя.

Для металлополимерных катализаторов эффективную константу скорости рассчитывали с учетом параметра (β), характеризующего изменение свойств цепи полимерной матрицы при переходе от ненабухшего к набухшему состоянию, по уравнению, выведенному в работе [6]:

$$k_{эф} \quad k_0 e^{\frac{n}{RT}},$$

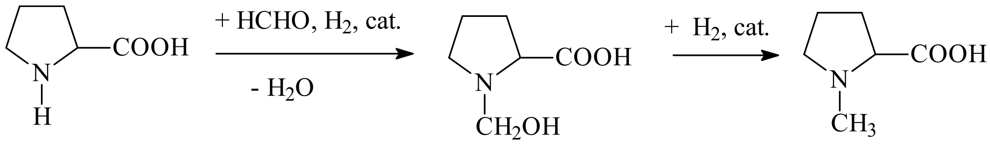
где k_0 — константа скорости на ненабухшем катализаторе; n_∞ — предельная степень набухания полимерного носителя в данном растворителе.

С целью оптимизации формы катализатора для реакции гидроаминирования нами были проведены исследования по определению зависимости эффективной константы скорости от количества палладия в катализаторе с диаметром полимерной подложки 0,4—0,5 мм и диаметром носителя 0,075—0,102 мм. Если в первом случае удельная активность катализатора снижается с увеличением содержания палладия, по-видимому, из-за агрегации металла в каталитически неактивные микрокристаллы, то во втором случае при содержании палладия до 4 мас. % скорость реакции возрастает пропорционально количеству металла. Дальнейшее увеличение содержания палладия приводит к снижению удельной активности катализатора за счет образования микрокристаллов.

Таким образом, оптимальным по активности и селективности катализатором оказался образец с содержанием палладия 4 мас. %, который и был выбран для дальнейших исследований реакции гидроаминирования алифатических альдегидов пирролидин-2-карбоновой кислотой.

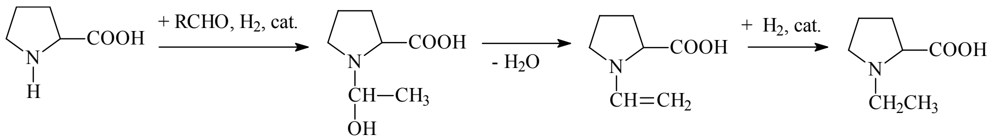
Кинетические данные, полученные методом ГЖХ без учета концентрации альдегида, свидетельствуют о том, что характер протекания гидроаминирования определяется природой альдегида. Так, при гидроаминировании метаналя пирролидин-2-карбоновой кислотой схему реакции можно представить следующим образом:

Схема 2



Образование в реакционной смеси гидроксипроизводного N-(гидроксиметил)пирролидин-2-карбоновой кислоты является следствием лимитирующей стадии его гидрирования до целевого продукта N-метилпирролидин-2-карбоновой кислоты. Для других альдегидов, например этаналя, реакция протекает по схеме 3.

Схема 3



Если в первом случае образования енамина в реакционной смеси не наблюдается (схема 2), то во втором — происходит накопление значительного количества енамина (схема 3). Для вторичных аминов нехарактерно образование азометинов или диенаминов при гидроаминировании, поэтому в случае металлополимеров реализуется енаминный механизм протекания процесса. Вместе с тем известно, что для обычных гетерогенных катализаторов, например Pd/C, гидроаминирование может протекать как через образование азометинов, так и с промежуточным накоплением енаминов и диенаминов [7]. Следствием этого является существенное снижение селективности гетерогенных катализаторов. Вероятно, по этой же причине в нашем случае селективность гидроаминирования алифатических альдегидов пирролидин-2-карбоновой кислотой значительно ниже на Pd/C, чем на металлополимерах (таблица). Однако в обоих случаях накопление промежуточных продуктов в реакционной смеси свидетельствует о природе лимитирующей стадии процесса гидрирования. Причем образование азометинов характерно для всех альдегидов, за исключением метаналя, в то время как гидроксипроизводное образуется во всех случаях, и максимальное его накопление происходит при гидроаминировании метаналя.

Увеличение числа промежуточных стадий процесса, безусловно, сказывается на суммарной селективности реакции гидроаминирования. На скорость реакции влияет не только природа катализатора (таблица), но и природа альдегида. Так, для всех изученных катализаторов удельная активность в реакции гидроаминирования использованных альдегидов пирролидин-2-карбоновой кислотой обратно пропорциональна длине углеводородной цепи альдегида. Причем по мере возрастания числа атомов углерода (см., например, гидроаминирование октаналя) скорости реакции становятся соизмеримыми на всех катализаторах. Таким образом, можно полагать, что и активность, и селективность в реакциях гидроаминирования алифатических альдегидов пирролидин-2-карбоновой кислотой зависят не только от природы катализатора, но и от взаимодействующих субстратов.

Гидрогенизационное аминирование алифатических альдегидов пирролидин-2-карбоновой кислотой на палладиевых катализаторах

Альдегид	Pd/C		АН-1-Pd		АВ-17-8-Pd	
	$k_{эф}$	Выход, %	$k_{эф}$	Выход, %	$k_{эф}$	Выход, %
Метаналь	0,044	64,8	0,027	67,1	0,035	80,5
Этаналь	0,042	69,8	0,023	73,6	0,032	85,9
Пропаналь	0,031	67,7	0,020	74,0	0,023	87,8
Бутаналь	0,024	67,1	0,015	73,5	0,018	85,4
Октаналь	0,004	60,3	0,002	71,7	0,002	82,6

Примечание. Условия: растворитель 40 мл, амин 0,1 моль/л, альдегид 0,3 моль/л, давление водорода 1 атм, температура 45 °С, катализатор 0,2 г (содержание палладия 4 мас. %); выход целевых продуктов — N-алкилпирролидин-2-карбоновых кислот — определяли методом ГЖХ без учета концентрации альдегида; $k_{эф}$, моль/(л · с · кг кат) ± 4—9 %.

Библиографический список

1. *Абдуллаев М. Г.* Получение анестезина гидрированием этилового эфира *п*-нитробензойной кислоты // Хим.-фармацевт. журн. 2001. Т. 35, № 1. С. 42—45.
2. *Абдуллаев М. Г.* Получение 4-этоксиацеталинида восстановительным ацетилированием *п*-этоксинитробензола на палладиевых катализаторах // Хим.-фармацевт. журн. 2002. Т. 36, № 6. С. 40—41.
3. *Воронин М. В., Насибулин А. А., Клюев М. В.* Гидрогенизационное аминирование альдегидов α-нафтиламином // Нефтехимия. 1997. Т. 37, № 6. С. 516—522.
4. *Клюев М. В., Абдуллаев М. Г., Насибулин А. А.* Гидрирование *орто*-замещенных нитробензолов на палладийсодержащем ионите АВ-17-8 // Журн. орган. химии. 1997. Т. 33, № 11. С. 1759—1760.
5. *Клюев М. В., Насибулин А. А., Абдуллаев М. Г.* Гидрогенизационное аминирование фурфурола ароматическими аминами на палладиевых катализаторах // Нефтехимия. 1994. Т. 34, № 5. С. 413—420.
6. *Клюев М. В, Насибулин А. А., Вайнштейн Э. Ф.* Учет набухания носителя при анализе кинетики гидрирования нитробензола на палладийсодержащем полимере // Изв. вузов. Химия и хим. технология. 1989. Т. 32, № 12. С. 66.
7. Механизм гидроаминирования спиртов и карбонильных соединений на железном плавленном катализаторе / Г. А. Клигер, А. Н. Шуйкин, Л. С. Глебов и др. // Изв. АН СССР. Сер. хим. 1990. № 8. С. 1923.
8. *Abdullaev M. G., Klyuev M. V., Abdullaeva Z. Sh.* Preparation of lidocaine, bipuvacaine, mepivacaine, trimecaine, and pyromecaine by reductive acylation on palladium catalysts // Pharmaceutical Chemistry Journal. 2008. Vol. 42, № 6. P. 357—359.
9. *Abdullaev M. G., Klyuev M. V., Abdullaeva Z. Sh.* Palladium catalysts in the synthesis of localanesthetics : (review) // Pharmaceutical Chemistry Journal. 2010. Vol. 44, № 8. P. 446—451.

УДК 541.128

М. В. Клюев

КАТАЛИТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ БИС(ДИМЕТИЛГЛИОКСИМАТНЫХ) КОМПЛЕКСОВ КОБАЛЬТА И РОДИЯ В ЖИДКОФАЗНОМ ГИДРОГЕНИЗАЦИОННОМ АМИНИРОВАНИИ ЦИКЛОГЕКСАНОНА АММИАКОМ

Изучено гидрогенизационное аминирование циклогексанона аммиаком в присутствии каталитических систем на основе гетерогенных катализаторов гидрирования (оксид платины, никель-хромовый катализатор) и бис(диметилглиоксиматных) комплексов кобальта и родия. Показано, что в мягких условиях (P_{H_2} = 1 атм, температура 25 ± 2 °С, NH_3/ЦГН = 3, растворитель этанол, катализатор/комплекс = 0,1) каталитические системы более селективны, чем катализаторы гидрирования.

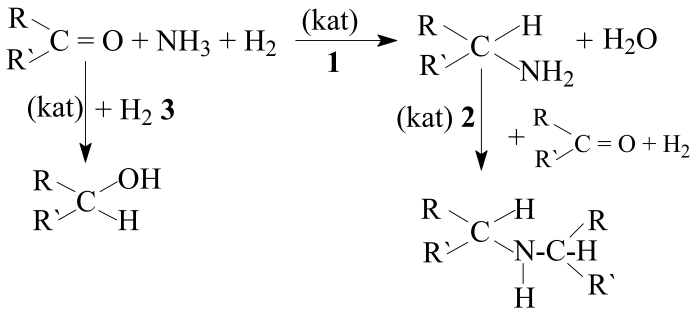
Ключевые слова: каталитическое гидрогенизационное аминирование, родоксимы, кобалоксимы, циклогексанон.

The liquid phase hydrogenation amination of cyclohexanone by ammonia in the presence of catalytic systems on the basis of catalysts of hydrogenation (platinum oxide, nickel-chrom catalyst) and complexes of cobalt and rhodium with dimethylglioxime has been investigated. It is shown that the catalytic systems are more selective, than catalyst of hydrogenation in mild conditions (P_{H_2} = 1 atm, t = 25 ± 2 °C, NH_3/ЦГН = 3, ethanol, 10 ml, catalyst/complex = 0,1).

Key words: hydrogenation amination by catalysts, rhodoximes, cobaloximes, cyclohehanone.

Гидрогенизационное аминирование карбонильных соединений (схема 1) является одним из перспективных методов получения аминов самого различного строения [4]. Широкое практическое применение этого способа сдерживается несовершенством известных катализаторов [2]. Например, использование оксида платины в мягких условиях (P_{H_2} = 1—3 атм, 20 °С, растворители — спирты) приводит к образованию смеси вторичных аминов (схема 1, маршрут 1, 2) и спирта (маршрут 3).

Схема 1



Бис(диметилглиоксиматные) комплексы родия оказались достаточно эффективными и селективными катализаторами гидрогенизационного аминирования [6], тогда как кобалоксимы выступали лишь как стехиометрические реагенты. Вместе с тем известно [5], что добавки кобалоксимов к активным гомогенным или гетерогенным катализаторам гидрирования ускоряют реакцию восстановления ненасыщенных соединений, в частности нитробензола, т. е. служат переносчиками активированного водорода.

Оксид платины (либо другой «классический» гетерогенный катализатор гидрирования) является источником активированного водорода. В этой связи представлялось интересным исследовать гидрогенизационное аминирование в присутствии каталитических систем, содержащих PtO_2 (или Ni/Cr_2O_3) — активатор молекулярного водорода — и кобалоксим (или родоксим) — переносчик активированного водорода. В качестве модельной реакции было выбрано жидкофазное гидрогенизационное аминирование циклогексанона аммиаком.

Синтез кобалоксимов и родоксимов осуществляли по известным методикам (по [7] и [3] соответственно).

Гидрогенизационное аминирование проводили в стеклянном, термостатируемом реакторе, закрепленном на механической качалке. В реактор вносили гетерогенный катализатор, заливали растворитель (для никельхромового катализатора порядок обратный), вносили навески комплекса, субстратов и продували водородом. Перемешивание осуществляли со скоростью 300—400 качаний в минуту, постоянной на всем протяжении опыта.

Продукты реакции анализировали методом ГЖХ [1].

Некоторые результаты экспериментов представлены в таблице.

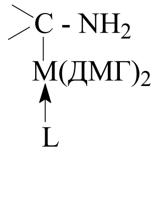
Гидрогенизационное аминирование в присутствии каталитических систем

Гетерогенный катализатор	Комплекс	Время реакции, мин	Состав катализатора, %			
			ЦГН	ЦГА	ЦГЛ	ДЦГА
PtO_2	Нет	150	–	4	14	82
PtO_2	Co(ДМГ)$_2$2H_2O	460	34	37	8	21
PtO_2	ClCo(ДМГ)$_2$Py	515	Следы продуктов реакции			
PtO_2	ClCo(ДМГ)$_2$$PPh_3$	450	100	–	–	–
PtO_2	HRh(ДМГ)$_2$$H_2O$	330	–	20	6	74
Ni/Cr_2O_3*	Нет	120	22	73	5	–
Ni/Cr_2O_3*	Co(ДМГ)$_2$2H_2O	170	7	87	6	–

Примечание. Условия: P_{H_2} = 1 атм, температура 25 ± 2 °С, NH_3/ЦГН = 3, растворитель (этанол) 10 мл, катализатор/комплекс = 0,1. ЦГН — циклогексанон, ЦГА — циклогексиламин, ЦГЛ — циклогексанол, ДЦГА — дициклогексиламин.

* –50 °С.

Гидрогенизационное аминирование в присутствии кобалоксимов и родоксимов изучено достаточно подробно [6]. Предполагалось, что одной из стадий процесса является взаимодействие имина (или основания Шиффа) с комплексом, сопровождающееся образованием интермедиатов типа

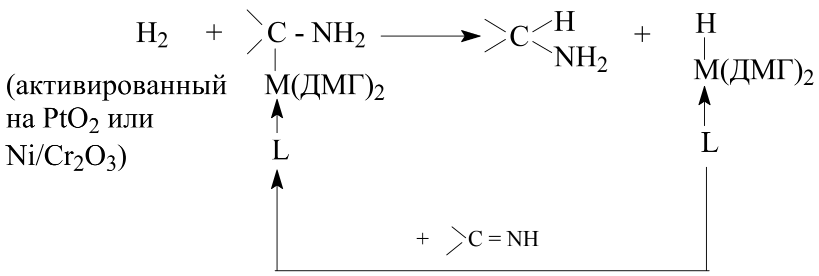


разной степени устойчивости.

Как видно из таблицы, добавки комплексов существенным образом влияют на каталитические свойства оксида платины. Создается впечатление, что субстрат взаимодействует только с комплексом. Об этом свидетельствуют следующие экспериментальные факты. Скорость аминирования в присутствии всех систем ниже, чем при использовании PtO_2. Замедляющее действие кобалоксимов падает в ряду L: PPh_3 > Py > H_2O, причем в случае сильных аксиальных лигандов, таких как пиридин или трифенилфосфин, реакция практически не идет. Комплекс $HRh(ДМГ)_2H_2O$ замедлял реакцию в меньшей степени, чем близкий по строению диаквакобалоксим (II). Эти данные совпадают с полученными в [6] для гомогенных растворов комплексов.

Можно полагать, что при использовании каталитических систем механизм гидрогенизационного аминирования аналогичен предложенному в работе [6]. Активация водорода, по-видимому, протекает на платине или никеле, а субстрата — на кобалоксиме или родоксиме (схема 2).

Схема 2



Таким образом, добавки кобалоксимов и родоксимов не сказываются на основном маршруте реакции — получении вторичных аминов в присутствии PtO_2 и первичных аминов в случае никель-хромового катализатора, однако влияют на селективность процесса. Так, добавки комплексов приводят к снижению выхода нежелательного спирта.

Библиографический список

1. *Клюев М. В.* Простой метод анализа смесей аминов, карбонильных соединений и спиртов. М., 1978. Деп. в ВИНИТИ № 776-78.
2. *Клюев М. В., Абдуллаев М. Г.* Каталитический синтез аминов. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2004. 160 с.
3. *Клюев М. В., Гапеева М. В, Хидекель М. Л.* // Изв. АН СССР. Сер. хим. 1978. № 9. С. 2140.
4. *Клюев М. В., Хидекель М. Л.* // Успехи химии. 1980. Т. 49. С. 25.
5. *Сальникова Е. Н., Зеленин С. Н., Хидекель М. Л.* // Журн. общ. химии. 1969. Т. 39. С. 2738.
6. *Klyuev M. V., Khidekel M. L.* // Transition Metals Chemistry. 1980. Vol. 5. P. 134.
7. *Schranser G. N., Kohnle I.* // Ghem. Ber. 1964. Vol. 97. P. 3056.

УДК 544.424:547.541.51:544.362.4:544.433.21

Е. Н. Крылов, Т. А. Богданова

КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕАКЦИИ АЦИЛИРОВАНИЯ АНИЛИНОВ ЗАМЕЩЕННЫМИ БЕНЗОЛСУЛЬФОНИЛГАЛОГЕНИДАМИ

Симбатный характер зависимостей между реакционной способностью замещенных $ArSO_2Cl$ и квантово-химическими индексами реакционной способности (ИРС, PM6, PCM) во взаимодействии с 4-$MePhNH_2$ (среда 2-PrOH — $MeNO_2$) согласуется с электрофильным характером $ArSO_2Cl$. Увеличение чувствительности реакции к изменению электрофильности с одновременным увеличением констант скоростей при антибатной зависимости реакционной способности $ArSO_2Cl$ от локальной электрофильности указывает на анионоидный отрыв уходящей группы как стадию, лимитирующую скорость процесса и сдвиг переходного состояния реакции по перпендикулярной координате в соответствии с диаграммой О'Феррала — Дженкса в сторону механизма S_AN.

Ключевые слова: относительная реакционная способность, ароматические сульфонилгалогениды, теория жестких и мягких кислот и оснований, аминолиз, нуклеофильное замещение на атоме сульфонильной серы, электрофильность, квантово-химические индексы реакционной способности**.**

The symbate dependencies between logK and index of reaction ability (IPA) for their interactions with 4-toluidine in the binary solvent 2-PrOH-$MeNO_2$ are discovered. It can happen in accordance with electrophilic nature of sulphonyl chlorides as reagents. Anionoide take-off of leaving group (the chloride anione) as limiting stage of the process and shift of the connecting condition to reactions on perpendicular coordinate in accordance with diagram O'Ferral — Jenks aside to mechanism S_AN are discovered.

Key words: relative reactionary ability, aromatic sulphonylhalides, theory hard and soft acids and bases, aminolusis, nucleophilic substitution on sulphonyl sulphur, electrophilicity, quantum chemical indexes of reaction abilities.

Введение

Реакции аминолиза ароматических сульфонилгалогенидов (хлоридов и бромидов) используются в органической химии для синтеза сульфамидных препаратов, полимеров и других продуктов, представляющих практическую ценность [4, 9]. Механизмы этих реакций исследованы как с кинетической точки зрения [4], так и в плане реализации каталитических процессов [7, 8]. Осуществлен и квантово-химический расчет ППЭ для диагностики направления атаки и определения структур переходных состояний [5, 6].

Однако существует другой квантово-химический подход к описанию и интерпретации реакционной способности органических соединений, основанный на теории функционала плотности (DFT). Развитие DFT привело к разработке индексов реакционной способности (ИРС) [19], базирующихся на теории жестких и мягких кислот и оснований и представляющих собой динамический аналог прежних ИРС, каковыми являлись заряды на атомах, заселенности P_Z-орбиталей и т. д.

Достоинство динамических ИРС (электронный химический потенциал μ, жесткость η, электрофильность ω, мягкость S) — учет процессов передачи электронной плотности от донора к акцептору (от нуклеофила к электрофилу), приводящих к изменению энергии системы и уравновешиванию электронных химических потенциалов и электроотрицательности при образовании продукта [12, 13]. Вследствие этого электронный химический потенциал представляет собой первую производную от энергии по числу электронов ($\delta E/\delta N$), а химическая жесткость — вторую производную от энергии по числу электронов ($\delta^2E/\delta N^2$). Недостатком видится применение метода конечных разностей при выводе расчетных формул для определения данных ИРС, отчего эти параметры имеют приближенные значения, отчасти вызванные приближенностью самих квантово-химических расчетов. Для анализа реакционной способности ароматических сульфонилхлоридов этот метод ранее не применялся.

Результаты и их обсуждение

В качестве модельной реакции нуклеофильного замещения на атоме сульфонильной серы было выбрано взаимодействие между *пара*-толуидином и замещенными бензолсульфонилхлоридами [4], происходящее в соответствии со схемой

$$\mathrm{Me{—}Ph{—}NH_2 + X{—}Ph{—}SO_2Cl \rightarrow X{—}Ph{—}SO_2{—}NH{—}Ph{—}Me + HCl}. \quad (1)$$

Электронный химический потенциал (μ) рассчитан по соотношению

$$\mu = 0.5 \cdot [E(HOMO) + E(LUMO)], \quad (2)$$

а жесткость (η) — по соотношению

$$\eta = 0.5 \cdot [E(LUMO) - E(HOMO)]. \quad (3)$$

Здесь E(HOMO) — энергия высшей занятой молекулярной орбитали, E(LUMO) — энергия низшей свободной молекулярной орбитали. Все расчеты проведены программным комплексом NWChem ver. 6.0 [15] полуэмпирическим методом PM6 [18] в газофазном приближении или в рамках метода PCM с определением частот для диагностики стационарной точки (минимума) по отсутствию одной мнимой частоты в колебательном спектре. Выбор метода PM6 основан на данных [10], согласно которым этот метод достаточно хорошо параметризован для получения вполне удовлетворительных корреляций в рамках метода QSAR, сопоставимых по предсказательной силе с моделями на основе DFT B3LYP-дескрипторов, и превосходит ранние методы (AM1 и PM3).

Как показывает корреляционный график (рис. 1), это взаимодействие вполне отвечает электрофильному характеру реакции (в соответствие с дробным положительным зарядом на атоме сульфонильной серы), поскольку зависимость между logK скорости аминолиза и квантово-химической электрофильностью реагента (сульфонилхлорида) симбатна с весьма высоким для такого рода зависимостей коэффициентом корреляции, даже не нуждающемся в поправке на малый объем выборки (5 экспериментальных точек).

Корреляционный анализ данных по константам скоростей взаимодействия *пара*-толуидина с замещенными бензолсульфонилхлоридами [4] показывает, что, несмотря на использование параметра общей электрофильности, рассчитанного в среде чистого $MeNO_2$ методом PCM (табл. 1), наблюдаются вполне удовлетворительные симбатные зависимости между logK и ω. Качество их практически не изменяется даже при корреляции с константами, определенными в среде 2-пропанола (табл. 2, п. 6).

Таблица 1

Определение электрофильности ($\omega = \mu^2/2\eta$) замещенных сульфонилхлоридов

X	E(HOMO)	E(LUMO)	M	η	ω	K	logK
H	–0.380840	–0.039720	–5.7221	4.6412	3.5273	0.0480	–1.318
4-Me	–0.381280	–0.036470	–5.6838	4.6914	3.4431	0.0368	–1.434
4-Cl	–0.383210	–0.048510	–5.8739	4.5539	3.7883	0.0840	–1.076
3-NO_2	–0.404990	–0.065300	–6.3987	4.6218	4.4294	0.2090	–0.680
4-NO_2	–0.397080	–0.078920	–6.4763	4.3288	4.8446	0.2750	–0.561

Примечание. Здесь и далее величины E в Hartree, остальные в eV; PM6, PCM; среда — $MeNO_2$, ε = 36.56; константы скоростей — из [4].

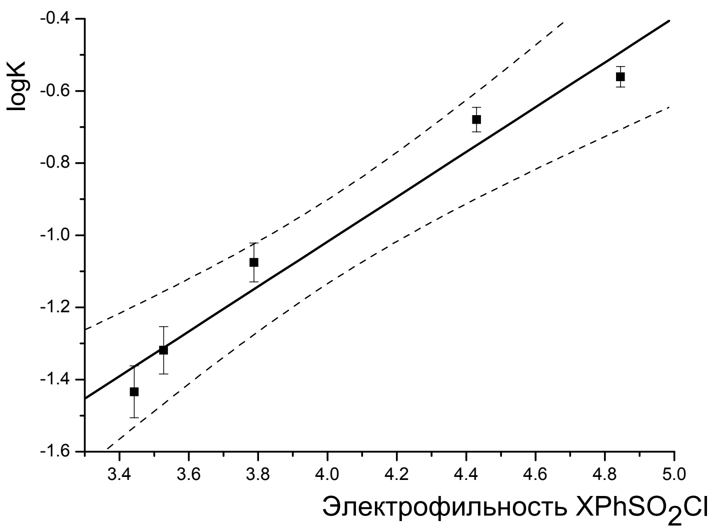


Рис. 1. Соотношение между реакционной способностью замещенных бензолсульфонилхлоридов и их общей электрофильностью:
здесь и далее 5 % интервал ошибок в ординате, R — эмпирический коэффициент корреляции, SD — стандартное отклонение, N — число точек в корреляции, P — вероятность случайного появления линейной корреляции;
$\log K = (-3.50 \pm 0.27) + (0.62 \pm 0.07) \cdot \omega$, R = 0.983, SD = 0.08, N = 5, P = 0.003

Угловой коэффициент корреляционных зависимостей (табл. 2) линейно увеличивается при увеличении мольной доли 2-пропанола в смешанном растворителе (рис. 2). Этот факт свидетельствует о возрастании чувствительности реакции к изменению активности реагента (характеризуемой величиной общей электрофильности), что обычно наблюдается при уменьшении активности его в соответствии с принципом антибатности между активностью и селективностью [14], и, следовательно, этому принципу противоречит.

Таблица 2

Соотношение между электрофильностью сульфонилхлоридов и их реакционной способностью в реакции с *пара*-толуидином в бинарном растворителе 2-PrOH — $MeNO_2$

№	S	A ± sA	B ± sB	R	SD	P
1	0	–3.50 ± 0.27	0.62 ± 0.07	0.983	0.080	0.0030
2	0.24	–3.70 ± 0.24	0.71 ± 0.06	0.990	0.071	0.0012
3	0.51	–3.60 ± 0.30	0.73 ± 0.08	0.985	0.091	0.0023
4	0.76	–3.76 ± 0.35	0.79 ± 0.09	0.983	0.105	0.0028
5	1.0	–4.11 ± 0.33	0.90 ± 0.08	0.983	0.100	0.0017
6*	1.0	–4.09 ± 0.32	0.89 ± 0.08	0.988	0.097	0.0015

Примечание. S — мольная доля 2-PrOH; линейная корреляция $\log K = A + B \cdot \omega$; N = 5; PM6, PCM.

* Расчет электрофильности в среде 2-пропанола.

Увеличение доли 2-PrOH в смешанном растворителе на основе $MeNO_2$ приводит к увеличению активности реагентов (сульфонилхлоридов) вследствие пересольватации и перехода к сольватокомплексам сульфонилхлоридов, образованных водородной связью с молекулой спирта через атом хлора $XPhSO_2Cl{\bullet}{\bullet}{\bullet}HO—CH(CH_3)_2$. Такие сольватокомплексы более активны по причине электрофильного катализа стадии отрыва уходящей группы (хлорид-аниона), которая является стадией, определяющей скорость.

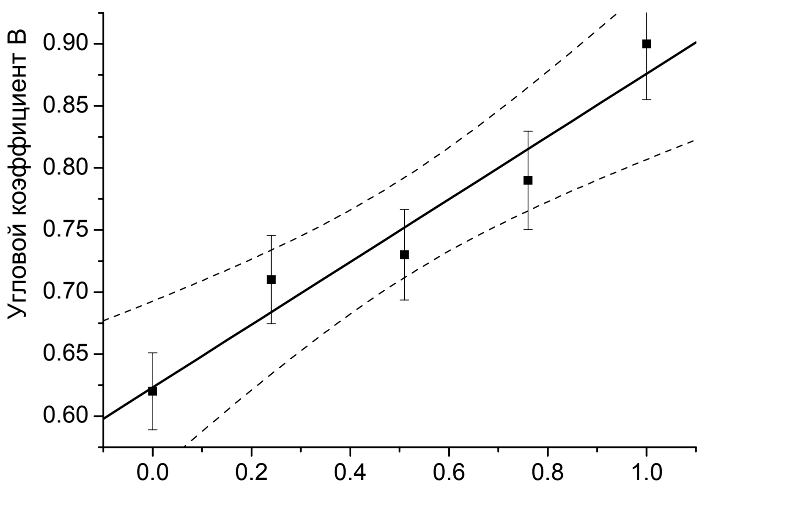


Рис. 2. Смещение углового коэффициента (B) корреляций (табл. 2) при изменении состава бинарного растворителя:

указан 5 % интервал вероятных ошибок в параметре B;
$B = (0.62 \pm 0.02) + (0.25 \pm 0.04) \cdot S$, R = 0.972, SD = 0.028, N = 5, P = 0.006

Это следует из антибатной зависимости между локальной электрофильностью по атому сульфонильной серы и реакционной способностью при гидролизе [2], а также из данных [17], согласно которым параметр ρ в корреляциях по Гаммету уменьшается по модулю (становится менее отрицательным) при введении в сульфонилхлорид донора (Me) и увеличивается при введении акцептора (NO_2) в процессе проведения реакции в среде MeOH.

Таким образом, в соответствие с диаграммой О'Феррала — Дженкса [10], *положение переходного состояния этой реакции сдвинуто по перпендикулярной координате от синхронного механизма S_N2 в сторону механизма S_AN.*

Аналогичная зависимость наблюдается для параметра Бренстеда, который интерпретируется как степень переноса протона на субстрат в переходном состоянии [1] и который увеличивается при введении акцептора в сульфонилхлорид (0.75 для бензолсульфонилхлорида и 0.93 для 4-нитробензолсульфонилхлорида [17]) вследствие затруднения анионоидного отрыва хлорид-аниона при введении акцептора.

Наблюдаемое противоречие между увеличением чувствительности реакции к изменению активности реагента и увеличением самой активности (электрофильности), по всей вероятности, вызвано либо использованием во всех расчетах величин электрофильности, определенных методом PCM только в нитрометане, и, следовательно, является артефактом, либо лимитированием скорости реакции стадией отрыва хлорид-аниона. Поскольку первое предположение не оправдывается, как можно убедиться при сопоставлении пп. 5 и 6 табл. 2, более вероятной является вторая причина.

Она согласуется с обнаруженным антибатным соотношением между реакционной способностью замещенных бензолсульфонилхлоридов и их локальной электрофильностью [ω(лок)], определенной для реакционного центра — атома сульфонильной серы — как произведение общей электрофильности на функцию Фукуи для этого атома [11, 19].

Для взаимодействия замещенных сульфонилбромидов с 4-метоксианилином проведены аналогичный расчет параметров структур (табл. 3) и корреляционный анализ соответствия реакционной способности сульфонилбромидов в этой реакции аминолиза и их общей электрофильности ω:

$$R^2PhSO_2Br + 4\text{-}MeOPhNH_2 \rightarrow R^2PhSO_2NHPhOMe\text{-}4 + HBr. \quad (4)$$

Таблица 3

Определение электрофильности замещенных сульфонилбромидов и сопоставление их реакционной способности и электрофильности

R^2	E(HOMO)	E(LUMO)	μ	η	ω	logK
4-Me	–0.38203	–0.04724	–5.8406	4.5551	3.7444	–1.26043
H	–0.39021	–0.05245	–6.0227	4.5955	3.9466	–0.97469
4-Cl	–0.38746	–0.05938	–6.0796	4.4638	4.1402	–0.8729
3-NO2	–0.41669	–0.07676	–6.7138	4.6250	4.8729	–0.66959
4-NO2	–0.41572	–0.08743	–6.8458	4.4666	5.2460	–0.48945

Примечание. Расчет в газовой фазе, PM6; растворитель — $PhNO_2$, 298 K.

Сульфонилбромиды обладают большей реакционной способностью относительно сульфонилхлоридов вследствие того, что бромид-анион более хорошая уходящая группа (с большей нуклеофугностью). Поэтому чувствительность реакции замещенных сульфонилбромидов с 4-метоксианилином (рис. 3) к изменению электрофильности реагента (0.44) больше таковой, определенной для сульфонилхлоридов (0.40; рис. 4). Различие, однако, наблюдается на грани статистической неопределенности, поэтому сделать строгий вывод пока не представляется возможным.

Эти данные получены аналогичным расчетом для сульфонилхлоридов (табл. 4) и корреляционного анализа (рис. 4). Вполне приемлемое соответствие между их электрофильностью и реакционной способностью при взаимодействии с 4-метоксианилином в нитробензоле ($R = 0.999$, $P < 0.0001$) наблюдается, несмотря на расчет параметров в газовой фазе. Как показано выше, учет влияния растворителя не изменяет общего характера наблюдаемых зависимостей реакционной способности сульфонилгалогенидов в реакции аминолиза от электрофильности реагентов.

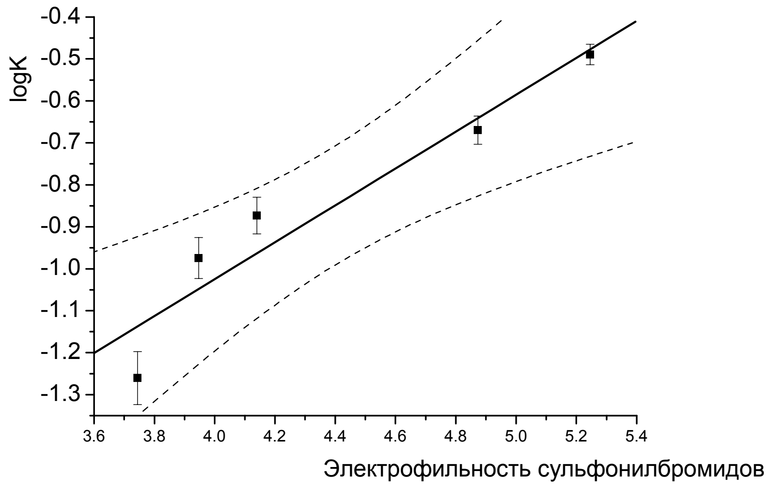


Рис. 3. Соотношение между жесткостью замещенных $ArSO_2Br$ и их активностью при взаимодействии с $4\text{-}MeOPhNH_2$ в среде $PhNO_2$ при 298 K:
$\log K = (-2.78 \pm 0.34) + (0.44 \pm 0.08) \cdot \omega$, $R = 0.956$, $SD = 0.096$, $N = 5$, $P = 0.011$

Таблица 4

Определение электрофильности замещенных сульфонилхлоридов

R^2	E(HOMO)	E(LUMO)	μ	η	ω	logK
4-Me	–0.3886	–0.03978	–5.82845	4.745975	3.578913	–2.81816
H	–0.3934	–0.04582	–5.97594	4.729104	3.775753	–2.72584
4-Cl	–0.39246	–0.0572	–6.11798	4.561481	4.102805	–2.57349
3-NO2	–0.42506	–0.07938	–6.86331	4.703253	5.007707	–2.22548
4-NO2	–0.41901	–0.09055	–6.93297	4.468961	5.37777	–2.09366

Примечание. PM6, газовая фаза; взаимодействие с 4-метоксианилином в $PhNO_2$.

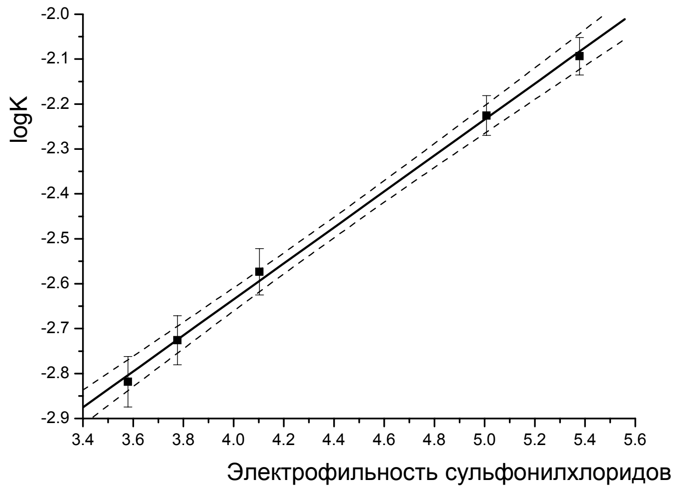


Рис. 4. Соотношение между реакционной способностью ArSO2Cl в их реакции с 4-$MePhNH_2$ и электрофильностью их в среде $PhNO_2$: указан 2 % интервал разброса в константах скоростей; $\log K = (-4.24 \pm 0.05) + (0.40 \pm 0.01) \cdot \omega$, R = 0.999, SD = 0.016, N = 5, P < 0.0001

Расчет локальной электрофильности замещенных бензолсульфонилбромидов проведен по стандартной методике путем расчета зарядов на атоме сульфонильной серы (реакционном центре) по схеме Хиршфельда [13] в нейтральных молекулах сульфонилбромидов и их анионах как модельных структурах, имитирующих переходные состояния при нуклеофильной атаке, когда нуклеофил отдает электрон сульфонилбромиду (электрофилу).

Функция Фукуи, необходимая для вычисления локальной электрофильности по уравнению ω(лок) = ω · FF, определяется методом конечных разностей по соотношению $FF = Q(S)^0 - Q(S)^-$, где $Q(S)^0$ и $Q(S)^-$ — заряды на реакционном центре (атоме сульфонильной серы) в нейтральной молекуле сульфонилбромида и его анионной форме. Эта форма представляет собой модель структуры сульфонилбромида при передаче на нее электрона аналогично катион-радикалам молекул ароматических углеводородов, представляющих собой модель интермедиатов S_E2-Ar реакций — σ-комплексов.

Таблица 5

Определение функций Фукуи (FF) реакционного центра замещенных $XPhSO_2Br$

X	E(HOMO)	E(LUMO)	$Q(S)^0$	$Q(S)^-$	FF(S)
H	–0.39021	–0.05245	3.6821	2.8737	0.8084
4-Me	–0.38203	–0.04724	3.7714	2.9235	0.8479
4-Cl	–0.38746	–0.05938	3.7903	2.9341	0.8562
3-NO_2	–0.41669	–0.07676	3.7249	2.8618	0.8631
4-NO_2	–0.41572	–0.08743	3.7241	2.8567	0.8674

Примечание. PM6, газовая фаза, Q(S) — по Хиршфельду.

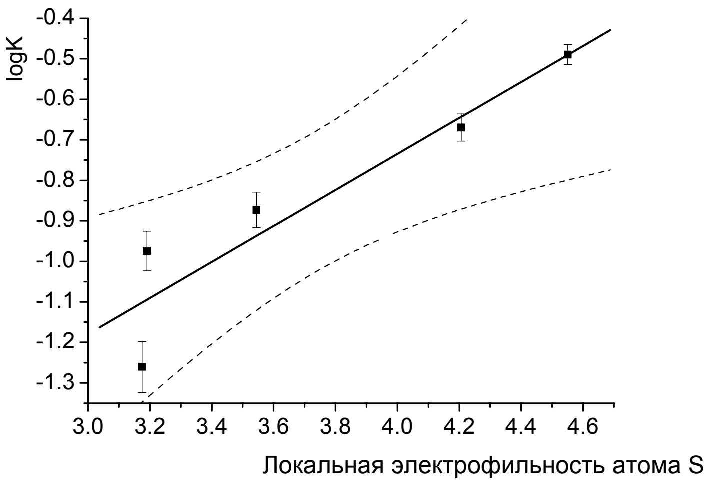


Рис. 5. Соотношение между локальной электрофильностью реакционного центра (сульфонильного атома серы) $XPhSO_2Br$ и реакционной способностью при взаимодействии с 4-$MeOPhNH_2$ в $PhNO_2$:
$\log K = (-2.51 \pm 0.37) + (0.44 \pm 0.10) \cdot \omega(\text{лок})$, $R = 0.933$, $SD = 0.122$, $N = 5$, $P = 0.02$

Таблица 6

Определение локальной электрофильности реакционного центра $XPhSO_2Br$

X	M	H	ω	FF(S)	ω(лок)	logK
4-Me	–5.84056	4.555086	3.744404	0.8479	3.17488	–1.26043
H	–6.02274	4.595495	3.94663	0.8084	3.190456	–0.97469
4-Cl	–6.07962	4.463791	4.140172	0.8562	3.544816	–0.8729
3-NO2	–6.71378	4.62502	4.872938	0.8631	4.205833	–0.66959
4-NO2	–6.84576	4.466648	5.246037	0.8674	4.550413	–0.48945

Примечание. PM6, PCM, среда $PhNO_2$.

Симбатная зависимость корреляции logK и ω(лок) для сульфонилбромидов (рис. 5) свидетельствует о электрофильной атаке как скоростьопределяющей стадии, что подтверждает реализацию механизма S_N2. Это отличает сульфонилбромиды от аналогичных сульфонилхлоридов, для которых указанная зависимость антибатна [2] вследствие лимитирования скорости анионоидным отрывом хлорид-аниона, который является более плохой уходящей группой по сравнению с бромид-анионом. *Представляется вероятным, что для сульфонилгалогенидов частично реализуется спектр переходных состояний от классического S_N2 до сдвинутого по перпендикулярной координате в сторону S_AN в соответствии с представлениями* [3, 16]. Смена растворителя изменяет характер зависимости (табл. 6) вследствие изменения механизма до S_AN.

Библиографический список

1. *Белл Р.* Протон в химии. М. : Мир, 1972. 382 с.
2. *Вирзум Л. В., Крылов Е. Н.* Реакционная способность ядернозамещенных бензолсульфонилгалогенидов: квантово-химический анализ // Теоретическая и экспериментальная химия жидкофазных систем : (Крестовские чтения) : тез. докл. VII Всерос. шк.-конф. молодых ученых. Иваново, 2012. С. 86.
3. *Дженкс В.* Катализ в химии и энзимологии. М. : Мир, 1972. 467 с.
4. Кинетика реакций ацильного переноса / Л. В. Курицын, Т. П. Кустова, А. И. Садовников, Н. В. Калинина, М. В. Клюев. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2006. 260 с.
5. *Кислов В. В., Иванов С. Н.* Квантово-химический расчет механизма газофазного гидролиза бензолсульфохлорида // Журн. общ. химии. 2001. Т. 71, вып. 5. С. 791.
6. *Кочетова Л. Б., Кустова Т. П., Калинина Н. В.* Квантово-химическая интерпретация реакционной способности алифатических аминов и α-аминокислот в ацилировании // Изв. АН РФ. Сер. хим. 2009. Вып. 4. С. 725—729.
7. *Литвиненко Л. М., Олейник Н. М.* Органические катализаторы и гомогенный катализ. Киев : Наук. думка, 1981. 258 с.
8. *Литвиненко Л. М., Олейник Н. М.* Механизмы действия органических катализаторов : нуклеофильный и общеосновный катализ. Киев : Наук. думка, 1984. 264 с.
9. Общая органическая химия : в 12 т. / ред. Д. Бартон, В. Д. Оллис. М. : Химия, 1983. Т. 5. 720 с.
10. Calculation of quantum-mechanical descriptors for QSPR at DFT level: is it nessesary? / T. Puzin, N. Suzuki, M. Haranczyk, J. Rak // J. Chem. Inf. Model. 2008. Vol. 48, № 6. P. 1174—1180.
11. Chemical Reactivity Theory : a Density Functional View / ed. by P. K. Chattaraj. New York : CRC Press, 2009. 576 p.
12. *Cohen M. H., Wasserman A.* On hardness and electronegativity equalization in chemical reactivity theory // J. Stat. Phys. 2006. Vol. 125. P. 1125.
13. *De Proft F., Langenaeker W., Geerlings P.* A non-empirical electronegativity equalization scheme: theory and applications using isolated atom properties // J. Mol. Struct. (THEOCHEM). 1995. Vol. 339. P. 45.
14. *Johnson C. D.* Linear free energy relationships and the reactivity-selectivity principle // Chem. Rev. 1975. Vol. 75, № 6. P. 755—765.
15. NWChem: a comprehensive and scalable open-source solution for large scale molecular simulations / M. Valiev, E. J. Bylaska, N. Govind, K. Kowalski, T. P. Straatsma, H. J. J. van Dam, D. Wang, J. Nieplocha, E. Apra, T. L. Windus, W. A. de Jong // Comput. Phys. Commun. 2010. Vol. 181. P. 1477—1489.
16. *O'Ferral R. A.* Relationship between E2 and EIcB mechanisms of β-elimination // J. Chem. Soc. B. 1970. № 2. P. 274—277.
17. *Rogne O.* The kinetics and mechanism of the reactions of aromatic sulfonyl chlorides with anilines in methanol: Bronsted and Hammet correlations // J. Chem. Soc. B. 1971. № 9. P. 1855—1858.
18. *Stewart J. J.* Optimization of parameters for semiempirical methods V: modification of NDDO approximations and application to 70 elements // J. Mol. Model. 2007. Vol. 13. P. 1173—1213.
19. Theoretical aspects of chemical reactivity / ed. by A. Toro-Labbe. Amsterdam : Elsevier, 2007. 321 p.
20. Voronoi deformation density (VDD) charges: assessment of the Mulliken, Hirshfeld, Weinhold and VDD methods for charge analysis / C. F. Guerra, J.-W. Handgraaf, E. Baerends, F. M. Bickelhaupt // J. Comput. Chem. 2003. Vol. 25. P. 189—210.

УДК 544.433.21:544.362.4:544.421.032.76

Е. Н. Крылов, Д. О. Ефимова

КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИЙ АСПЕКТ РЕАКЦИИ АМИНИРОВАНИЯ ЗАМЕЩЕННЫХ ПРОИЗВОДНЫХ КАРБОНОВЫХ КИСЛОТ

Теория квантово-химических индексов реакционной способности, основанных на теории функционала плотности (DFT), в целом удовлетворительно описывает реакционную способность замещенных бензоилхлоридов при их взаимодействии с замещенными ароматическими аминами на уровне полуэмпирического метода PM6 и учете влияния растворителя в рамках PCM. Аналогичный вывод сделан относительно реакционной способности нитрофениловых эфиров бензойной кислоты, представляющих собой структурные аналоги предыдущих реагентов по реакционному центру.

Ключевые слова: теория функционала плотности, квантово-химические индексы реакционной способности, нуклеофильное замещение, бензоилхлориды, нитрофениловые эфиры.

Theory of quantum indexes of reactionary ability founded on DFT describes the reactionary ability of substituted benzoyl chlorides in reactions with substituted aromatic amines successfully in general. The semiempirical method PM6 and the framework of PCM are used. Nitrophenilic esters of benzoic acid are similar to previous reagent. Their reactionary ability corresponds to their electrophilicity.

Key words: density functional theory, quantum indexes of reaction ability, nucleophilic substitution, benzoyl chlorides, nitrophenilic esters.

Реакции нуклеофильного замещения на карбонильном атоме углерода по химической сущности представляют собой процессы ацильного переноса и широко применяются в органическом синтезе. К этим реакциям относятся, в частности, процессы замещения галогенов, спиртовых и фенольных радикалов аминами, протекающие в соответствии со схемами (1) и (2) (X и Y — заместители в амине и производном карбоновой кислоты соответственно):

$$XPhNH_2 + YPhCOCl \rightarrow XPhNHCOPhY + HCl, \qquad (1)$$

$$PhCOOPhX + RNH_2 \rightarrow PhCONHR + XPhOH. \qquad (2)$$

Обзоры по исследованию таких процессов, протекающих в средах органических растворителей, описывают влияние заместителей, уходящей группы, растворителя и сольватации обоих видов (специфической и неспецифической) [2] как с кинетической точки зрения, так и в квантово-химическом аспекте на уровне расчетов поверхностей потенциальной энергии [3].

Существует другой квантово-химический подход к описанию и интерпретации реакционной способности органических соединений, основанный на теории функционала плотности (DFT), развитие которой привело к разработке индексов реакционной способности (ИРС) [7], базирующихся на теории жестких и мягких кислот и оснований и представляющих собой динамический аналог прежних ИРС, каковыми являлись заряды на атомах, заселенности P_Z-орбиталей и т. д.

Достоинство динамических ИРС (электронный химический потенциал μ, жесткость η, электрофильность ω, мягкость S) — учет процессов передачи электронной плотности от донора к акцептору (от нуклеофила к электрофилу), связанных с изменением энергии системы и уравновешиванием электронных химических потенциалов и электроотрицательности при образовании продукта [8, 9]. Так, электронный химический потенциал представляет собой первую производную от энергии по числу электронов (δE/δN), а химическая жесткость — вторую производную от энергии по числу электронов ($\delta^2E/\delta N^2$). Недостатком же видится применение метода конечных разностей при выводе расчетных формул для определения данных ИРС, отчего эти параметры имеют приближенные значения, отчасти вызванные приближенностью самих квантово-химических расчетов.

Для анализа реакционной способности в реакциях нуклеофильного замещения на карбонильном атоме углерода данный подход применен при изучении реакции аминолиза тиолкарбонатов и дитиокарбонатов [13], а также набора карбонатов, диарилкарбонатов и хлорформиатов [12]. Аналогичное исследование аминолиза фенилацетатов [15] обнаружило отсутствие корреляций на электрофильность субстрата по очевидной причине методически ошибочного использования не локального, а общего значения этого параметра. Для бензоилхлоридов и нитрофениловых эфиров карбоновых кислот данный метод ранее не применялся.

Электронный химический потенциал и жесткость структур молекул (η) определены из соотношений [12]

$$\mu = 0.5 \cdot [E(HOMO) + E(LUMO)], \tag{3}$$

$$\eta = 0.5 \cdot [E(LUMO) - E(HOMO)]. \tag{4}$$

Общая электрофильность структур (ω) и индекс нуклеофильности ароматических аминов (ω^-) определены из соотношений (5) [13] и (6) [10]:

$$\omega = \mu^2/2\eta, \tag{5}$$

$$\omega^- = 0.5 \cdot \eta(Nu) \cdot [\mu(Nu) - \mu(E)]^2/[\eta(Nu) - \eta(E)]. \tag{6}$$

Таблица 1

Определение квантово-химических ИРС для замещенных анилинов ($X\text{-}Ph\text{-}NH_2$).

X	E(HOMO)	E(LUMO)	μ	η	ω
4-NO_2	–0.34199	–0.00354	–4.701	4.605	2.400
3-Cl	–0.32279	0.00061	–4.383	4.400	2.183
2-Cl	–0.31647	0.00087	–4.294	4.318	2.135
3-NO_2	–0.38833	–0.04794	–5.936	4.631	3.804
H	–0.31115	0.01588	–4.017	4.450	1.814

Примечание. Здесь и далее E — Hartree, остальные величины в eV.

Таблица 2

Определение квантово-химических ИРС для Y-Ph-COCl

Y	E(HOMO)	E(LUMO)	μ	η	ω
H	–0.38334	–0.04294	–5.800	4.631	3.632
4-MeO	–0.35685	–0.03746	–5.365	4.346	3.312
4-Me	–0.37276	–0.03848	–5.595	4.548	3.442
3-NO_2	–0.41608	–0.07373	–6.664	4.658	4.767

Все расчеты проведены программным комплексом NWChem ver. 6.0 [11] полуэмпирическим методом PM6 [14] в газофазном приближении (если не указано иначе) с определением частот для диагностики стационарной точки (минимума) по отсутствию одной отрицательной частоты в колебательном спектре. Выбор метода PM6 основан на данных [6], согласно которым этот метод достаточно хорошо параметризован для получения удовлетворительных корреляций в рамках метода QSAR, сопоставимых по предсказательной силе с моделями на основе DFT B3LYP-дескрипторов, и превосходит ранние методы (AM1 и PM3).

Таблица 3

Реакционная способность замещенных бензоилхлоридов при аминолизе замещенными анилинами и локальный индекс нуклеофильности

X	Y	ω^{-}	logK [1]
4-NO_2	H	0.301	–2.141
3-Cl	H	0.489	–0.036
2-Cl	H	0.547	–1.157
3-NO_2	H	0.0046	–1.036
H	4-MeO-	0.459	0.309
H	4-Me-	0.616	0.906
H	3-NO2-	1.711	2.322

Соотношение между реакционной способностью замещенных анилинов и бензоилхлоридов в общем достоверно описывается индексом нуклеофильности, поскольку тренд рис. 1 согласуется с физическим смыслом индекса как показателя нуклеофильной силы ароматических аминов с учетом электрофильности производного карбоновой кислоты как электрофила, ибо шкала нуклеофильности не абсолютна. Сравнительно невысокий коэффициент корреляции (7) вызван, вероятно, отсутствием учета среды (ацетонитрил достаточно полярный растворитель, $\varepsilon = 36.02$ [5]) и полуэмпирическим уровнем расчета (PM6), однако исправленный коэффициент корреляции (7) с поправкой на объем выборки проходит статистическую проверку на значимость по H-критерию [4]. Корреляция реакционной способности бензоилхлоридов на их электрофильность в этих же условиях, напротив, достаточно удовлетворительна (рис. 2).

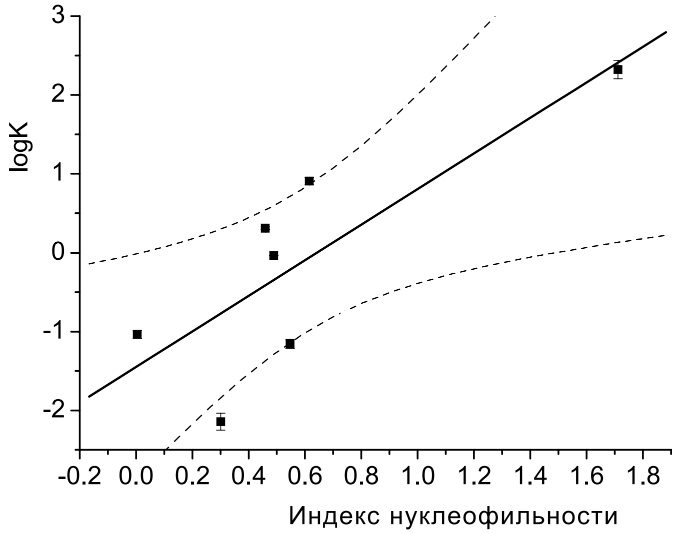


Рис. 1. Аминолиз замещенных бензоилхлоридов замещенными анилинами в среде ацетонитрила:

здесь и далее расчет в газофазном приближении, PM6;

$$\log K = (-1.45 \pm 0.55) + (2.26 \pm 0.72) \cdot \omega^{-},\ R = 0.812$$

(с поправкой [1] на объем выборки $R^* = 0.847$), $SD = 0.95$, $N = 7$, $P = 0.026$ (7)

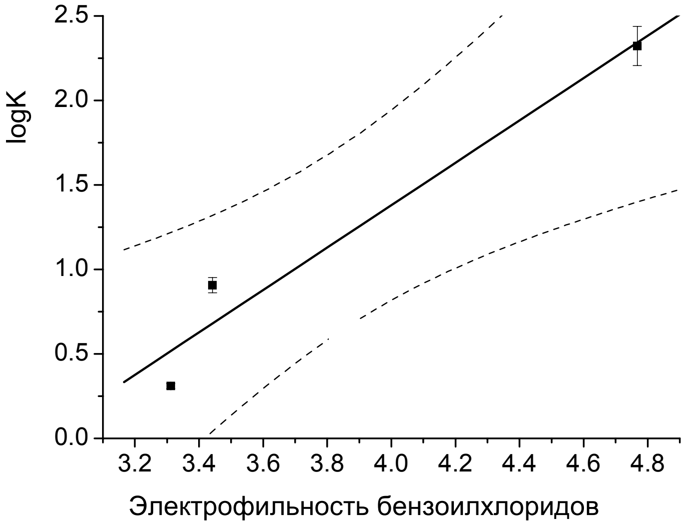


Рис. 2. Аминолиз замещенных бензоилхлоридов анилином в среде MeCN:

$$\log K = (-3.64 \pm 1.06) + (1.25 \pm 0.27) \cdot \omega,\ R = 0.978,\ SD = 0.31,\ N = 3,\ P = 0.13 \quad (8)$$

При переходе к другому растворителю — диоксану — картина в целом остается прежней (рис. 3). При сохранении физического смысла знака тренда зависимости реакционной способности от индекса нуклеофильности ароматического амина (с учетом электрофильности замещенных бензоилхлоридов) зависимость (8) имеет не очень высокий коэффициент корреляции по причинам, указанным выше. Аналогичная картина наблюдается и для зависимости реакционной способности бензоилхлоридов в их реакции с анилином от электрофильности субстратов (рис. 4).

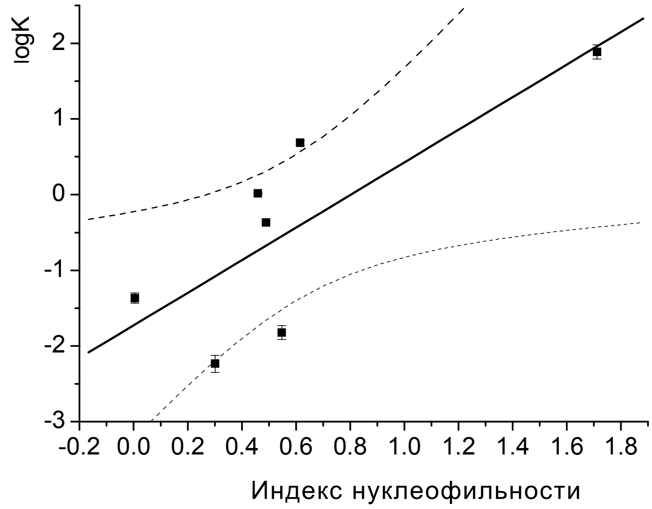


Рис. 3. Аминолиз замещенных бензоилхлоридов замещенными анилинами (субстраты в табл. 1 и 2) в среде диоксана:

$$\log K = (-1.73 \pm 0.58) + (2.16 \pm 0.76) \cdot \omega^{-}, R = 0.786$$
(с поправкой на объем выборки R* = 0.824), SD = 0.99, N = 7, P = 0.036 (9)

Введение учета растворителя в варианте модели поляризованного континуума PCM для MeCN ($\varepsilon = 35.69$) улучшает общую картину, поскольку наблюдается увеличение коэффициента корреляции между реакционной способностью и индексом нуклеофильности (рис. 5) при одновременном сохранении симбатности указанной корреляции и вероятности случайного ее появления всего 0.009, т. е. меньше 1 %*.

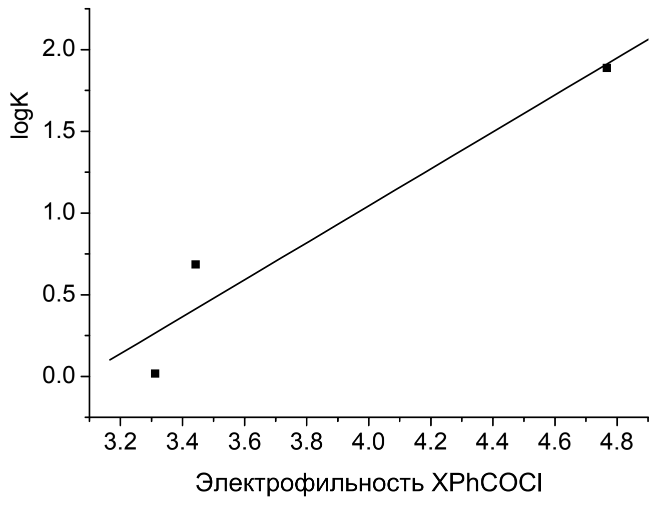


Рис. 4. Аминолиз замещенных бензоилхлоридов анилином в диоксане:

$$\log K = (-3.48 \pm 1.26) + (1.13 \pm 0.32) \cdot \omega, R = 0.961, SD = 0.37, N = 3, P = 0.178 \quad (10)$$

* См. статью Е. Н. Крылова, Т. А. Богдановой «Квантово-химический анализ реакции ацилирования анилинов замещенными бензолсульфонилгалогенидами», опубликованную в этом выпуске.

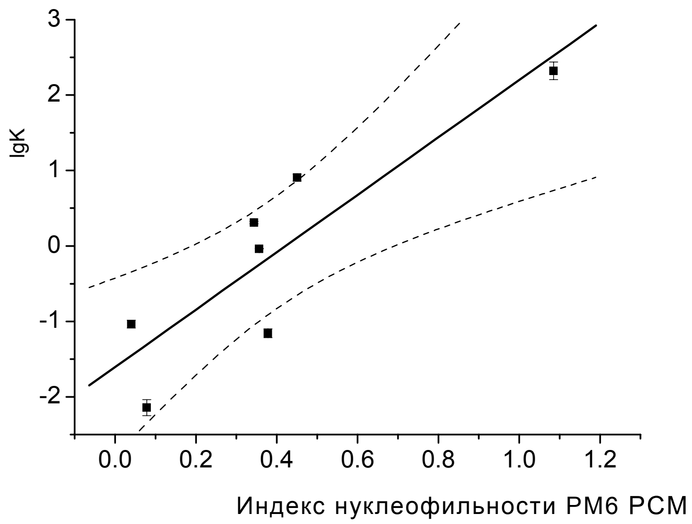


Рис. 5. Соотношение между реакционной способностью замещенных бензоилхлоридов при их взаимодействии с замещенными ароматическими аминами в среде MeCN:

расчет в рамках модели PCM, PM6;

$$\log K = (-1.60 \pm 0.46) + (3.81 \pm 0.91) \cdot \omega^{-},\ R = 0.882$$

(с поправкой на объем выборки R* = 0.908), SD = 0.77, N= 7, P = 0.009 (11)

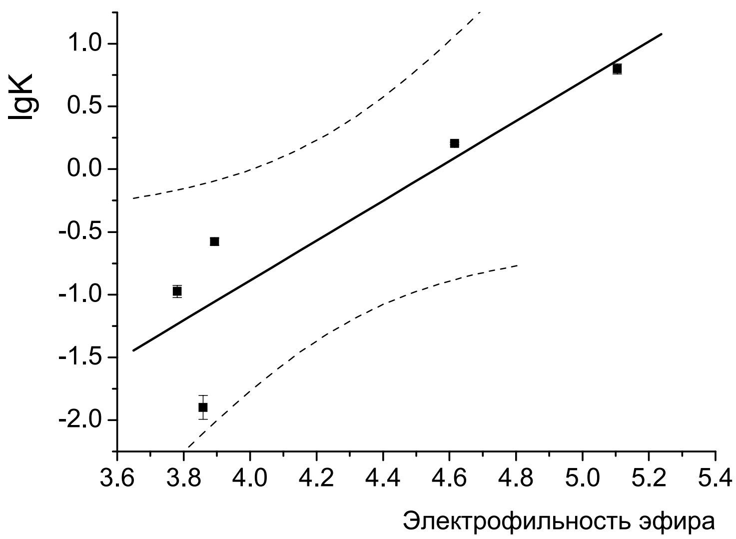


Рис. 6. Реакционная способность нитрофениловых эфиров PhCOOH в реакции с пиперидином в среде H_2O — 2-пропанол (50 : 50 мас. %):

газовая фаза, PM6;

$$\lg K = (-7.24 \pm 2.05) + (1.59 \pm 0.48) \cdot \omega,\ R = 0.887,\ SD = 0.56,\ N = 5,\ P = 0.045 \quad (12)$$

Для процесса взаимодействия пиперидина с нитрофениловыми эфирами бензойной кислоты наблюдаются в целом аналогичные зависимости (табл. 4, рис. 6).

Таблица 4

Определение квантово-химических ИРС для PhCOOPhX

№	X	E(HOMO)	E(LUMO)	μ	H	ω	K [1]	logK
1	4-NO_2	–0.37312	–0.05412	–5.813	4.340	3.893	0.264	–0.578
2	2-NO_2	–0.36772	–0.05151	–5.704	4.302	3.781	0.106	–0.975
3	3-NO_2	–0.36802	–0.0540	–5.742	4.273	3.858	0.0126	–1.890
4	2,5-$(NO_2)_2$	–0.38503	–0.08749	–6.429	4.048	5.105	6.300	0.799
5	2,6-$(NO_2)_2$	–0.37752	–0.07529	–6.161	4.112	4.615	1.605	0.205

Без учета заметно выпадающей точки (№ 5 в табл. 4) корреляция существенно улучшается:

$$\lg K = (-5.61 \pm 0.52) + (1.26 \pm 0.12) \cdot \omega,$$
$$R = 0.991,\ SD = 0.129,\ N = 4,\ P = 0.008. \qquad (13)$$

Следует отметить, что в зависимости lgK этого процесса от pKa уходящей группы (нитро- и динитрофенолят-анионов) [2] выпадает вовсе не точка, соответствующая 3-нитрофениловому эфиру (рис. 6), а точка, соответствующая 2,6-динитрофениловому эфиру. По всей вероятности, электрофильность нитрофениловых эфиров бензойной кислоты является определяющим фактором, а вышеуказанное отклонение вызвано вмешательством стерических эффектов. Вероятно, в процессе реализации переходного состояния реакции аминолиза нитрофениловых эфиров происходит изменение торсионных углов в молекуле эфира, что отражается на энергии активации реакции вследствие значительной массы поворачиваемых фрагментов.

Библиографический список

1. *Ахназарова С. Л., Кафаров В. В.* Методы оптимизации в химии и химической технологии. М. : Высш. шк., 1985. 327 с.
2. Кинетика реакций ацильного переноса / Л. В. Курицын, Т. П. Кустова, А. И. Садовников, Н. В. Калинина, М. В. Клюев. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2006. 260 с.
3. *Кочетова Л. Б., Кустова Т. П., Калинина Н. В.* Квантово-химическая интерпретация реакционной способности алифатических аминов и α-аминокислот в ацилировании // Изв. АН РФ. Сер. хим. 2009. Вып. 4. С. 725—729.
4. *Румшиский Л. З.* Математическая обработка результатов эксперимента. М. : Наука, 1971. 192 с.
5. *Фиалков Ю. Я.* Растворитель как средство управления химическим процессом. Л. : Химия, 1990. 240 с.
6. Calculation of quantum-mechanical descriptors for QSPR at DFT level: is it nessesary? / T. Puzin, N. Suzuki, M. Haranczyk, J. Rak // J. Chem. Inf. Model. 2008. Vol. 48, № 6. P. 1174—1180.
7. Chemical Reactivity Theory : a Density Functional View / ed. by P. K. Chattaraj. New York : CRC Press, 2009. 576 p.
8. *Cohen M. H., Wasserman A.* On hardness and electronegativity equalization in chemical reactivity theory // J. Stat. Phys. 2006. Vol. 125. P. 1125.

9. *De Proft F., Langenaeker W., Geerlings P.* A non-empirical Electronegativity Equalization Scheme : theory and applications using isolated atom properties // J. Mol. Struct. (THEOCHEM). 1995. Vol. 339. P. 45.
10. *Jaramillo P., Fuentealba P., Perez P.* Nucleophilicity scale for *n*- and π-nucleophiles // Chem. Phys. Lett. 2006. Vol. 427, № 4/6. P. 421—425.
11. NWChem: a comprehensive and scalable open-source solution for large scale molecular simulations / M. Valiev, E. J. Bylaska, N. Govind, K. Kowalski, T. P. Straatsma, H. J. J. van Dam, D. Wang, J. Nieplocha, E. Apra, T. L. Windus, W. A. de Jong // Comput. Phys. Commun. 2010. Vol. 181. P. 1477—1489.
12. Relatioships between nucleophilicity/electrophilicity indices and reaction mechanisms for the nucleophilic substitution reaction of carbonyl compounds / P. R. Campodonico, J. G. Santos, J. Andres, R. Contreras // J. Phys. Org. Chem. 2004. Vol. 17. P. 273—281.
13. Relationships between the electrophilicity index and experimental rate coefficients for the aminolysis of thiolcarbonates and dithiocarbonates / P. R. Campodonico, P. Fuentealba, E. A. Castro, J. G. Santos, R. Contreras // J. Org. Chem. 2005. Vol. 70, № 5. P. 1754—1760.
14. *Stewart J. J.* Optimization of parameters for semiempirical methods V: modification of NDDO approximations and application to 70 elements // J. Mol. Model. 2007. Vol. 13. P. 1173—1213.
15. Theorethical and experimental studies on the aminolysis of phenyl acetates / B. Galabov, S. Ivlieva, B. Hadjieva, Y. Atanasov, H. F. Schaefer III // J. Phys. Chem. A. 2008. Vol. 112. P. 6700—6707.
16. Theoretical Aspects of Chemical Reactivity / ed. by A. Toro-Labbe. Ansterdam : Elsevier, 2007. 321 p.

ФИЗИКА

УДК 536.24

М. И. Давидзон

НОВЫЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В КАНАЛАХ

Предложено независимо описывать интенсивность конвективного теплообмена в каналах и трубах макропараметрами теплоподводящей и тепловоспринимающей систем. Получено уравнение, позволяющее рассчитывать конвективный теплообмен в каналах, вместо применяемого в настоящее время выражения, именуемого законом охлаждения Ньютона — Рихмана.

Ключевые слова: тепловой поток, конвективный теплообмен, закон охлаждения И. Ньютона.

It is offered to describe the intensity of convective heat exchange in channels and pipes in order to describe independently macro parameters of the heat bringing and heat perceiving systems. The equation allowing to count convective heat exchange in channels instead of the expression applied now and called Newton — Richmann's law of cooling was received.

Key words: heat flux, heat transfer by convection, the Newton law of cooling.

Тепловые явления трудно поддаются количественному описанию. Возможно, по этой причине до настоящего времени в теории и тепловых расчетах конвективного и молекулярного переноса используются линейные закон охлаждения Ньютона — Рихмана и закон теплопроводности Ж. Фурье. Закон охлаждения Ньютона — Рихмана о том, что плотность потока тепла q пропорциональна разности температур теплоотдающей поверхности тела T_w и тепловоспринимающей среды T_∞, в современном виде записывают в форме

$$q = \alpha(T_w - T_\infty), \tag{1}$$

где α — коэффициент пропорциональности. Его называют коэффициентом теплообмена.

Справедливости ради заметим, что по закону охлаждения И. Ньютона теплота, которую нагретое тело сообщает в заданное время смежным с ним холодным телам, пропорциональна температуре тела [10]. А по закону охлаждения В. Рихмана убывание теплоты происходит в сложной зависимости, прямо пропорционально поверхностям и разностям между температурой охлаждаемых или нагреваемых масс и температурой воздуха и обратно пропорционально объемам нагреваемых или охлаждаемых масс [12]. Выражение (1) более соответствует закону охлаждения В. Рихмана. Однако, учитывая, что в англоязычной научно-технической литературе выражение (1) именуют законом охлаждения И. Ньютона, а в отечественной — законом охлаждения Ньютона — Рихмана, в дальнейшем будем придерживаться последнего термина.

В опытах В. Рихмана [12] охлаждению подвергались сферы в лаборатории в таких условиях, что температура помещения оставалась неизменной. Границы справедливости и особенности выражения (1) рассмотрены в исследованиях [3, 4]. Цель настоящей работы обратить внимание на то, что выражением (1) описывается нестационарный теплообмен (в то время как в каналах и трубах чаще всего имеет место стационарный теплообмен), и показать, как можно получить выражение (вместо (1))для расчета конвективного теплообмена в каналах и трубах, не противоречащее физике явления.

С физической точки зрения имеются две взаимодействующие в тепловом отношении системы: одна из них отдает тепло, другая — поглощает. Представляется, что интенсивность процесса передачи энергии в форме тепла, т. е. величину плотности потока энергии, можно описывать независимо макропараметрами как теплоотдающей, так и тепловоспринимающей системы. Условно как бы имеется два наблюдателя: один в теплоотдающей системе, другой в тепловоспринимающей. Каждый из них выражает одну и ту же величину q, но через макропараметры своей системы. При необходимости эти выражения можно приравнять. Рассмотрим, как выполнить такое описание, на примере задачи В. Рихмана об охлаждении сферы.

Нагретые сферы — теплоотдающая система. Воздух помещения — тепловоспринимающая система. В опытах В. Рихмана энергия теплоотдающей системы столь незначительна, что она не в состоянии изменить внутреннюю энергию тепловоспринимающей системы (температура помещения до и после теплообмена оставалась неизменной: $T_\infty = const$).

Наблюдатель в теплоотдающей системе может рассуждать примерно так. Плотность теплового потока определяется мощностью источника энергии $\frac{\delta Q}{d\tau}$ (Q — тепловая энергия, τ — время) и величиной поверхности теплообмена F. Для сферы величина поверхности теплообмена равна

$$F = 4\pi R^2, \qquad (2)$$

где R — радиус сферы.

В процессе теплообмена радиус сферы, а соответственно и поверхность теплообмена не меняется. Мощность источника определяет температуру стенки. При неизменной величине поверхности теплообмена со временем меняется температура стенки: она уменьшается. Уменьшается и мощность источника, а соответственно и величина плотности теплового потока q. Таким образом, плотность теплового потока является функцией температуры стенки и времени, т. е. $q = f(T_w, \tau)$. Казалось бы, приращение q должно быть равно

$$dq = \frac{\partial q}{\partial T_w} dT_w + \frac{\partial q}{\partial \tau} d\tau. \qquad (3)$$

Однако в реальности получается, что от времени зависит и температура стенки $T_w(\tau)$, и плотность теплового потока $q(\tau)$. Иными словами, функция q зависит только от одного независимого аргумента — времени τ или температуры стенки T_w.

Кажется естественным предположить, что плотность теплового потока с ростом температуры стенки растет до бесконечности. Этому условию удовлетворяет экспоненциальная функция, производная от которой по температуре стенки равна

$$\frac{\partial q}{\partial T_w} = q_0 \lambda e^{\lambda T_w}, \quad (4)$$

где q_0 и λ некоторые постоянные.

Если проинтегрировать упрощенное уравнение (3) с учетом выражения (4) при условии, что $q = 0$, если температура стенки принимает некоторое значение, при котором теплообмен прекращается, т. е. $T_w = T_\infty$, придем к выражению

$$q = q_0 \left(e^{\lambda T_w} - e^{\lambda T_\infty}\right). \quad (5)$$

Выражение (5) мало чем напоминает закон охлаждения Ньютона — Рихмана (1). Однако в ситуациях, когда экспоненты допускают разложение в ряд Маклорена (низкие температуры, состояние вблизи равновесия), то, ограничившись линейным приближением, вместо (5) можно записать

$$q = q_0 \lambda \left(T_w - T_\infty\right). \quad (6)$$

Из выражения (6) следует, что имеет место линейный закон охлаждения, совпадающий с законом охлаждения Ньютона — Рихмана (1).

Закон охлаждения Ньютона — Рихмана в форме (1) записывает наблюдатель в теплоотдающей системе. Наблюдатель в тепловоспринимающей системе (помещение лаборатории) обнаруживает, что температура T_∞ в его системе не изменяется. Внутренняя энергия системы не меняется. Объяснить это он может примерно так. В соответствии с первым законом термодинамики, если подводимая в форме тепла энергия не тратится на производство работы и на изменение внутренней энергии, можно полагать, что тепловоспринимающая система является открытой. Так как помещение лаборатории не строго герметично, то скорее всего подводимая энергия уносится частицами воздуха, покидающего помещение лаборатории.

Однако при измерении температуры наблюдатель в тепловоспринимающей системе обнаружит, что на некотором расстоянии r от поверхности теплообмена температура T изменяется в пределах от температуры стенки T_w до температуры в помещении T_∞. Это означает, что в пространстве имеет место некоторое распределение температуры. Иными словами, при размещении в системе возмущающего равновесие источника тепла в виде сферы в среде возникает градиент температуры. В зависимости от мощности источника тепла система может развиваться в направлении, вызванном возмущением, либо возмущение будет погашено на некотором расстоянии от источника и система придет в предыдущее (без источника возмущения) состояние равновесия. Законом охлаждения Ньютона — Рихмана приближенно описывается именно процесс угасания возмущения. Но если при помещении источника возмущения (нагретой сферы) в систему, воспринимающую тепло (воздух помещения лаборатории), возникает градиент, то плотность теплового потока q будет зависеть от градиента температуры. С точки зрения наблюдателя в тепловоспринимающей системе, плотность теплового потока будет определяться величиной градиента температуры $q = f\left(\frac{dT}{dr}\right) = f(\nabla T)$, т. е.

$$dq = \frac{\partial q}{\partial(\nabla T)}\, d(\nabla T). \quad (7)$$

Можно предположить, что функция q должна быть такой, чтобы при отсутствии градиента температуры плотность теплового потока равнялась нулю, а при стремлении градиента к бесконечности плотность теплового потока также стремилась к бесконечности. Этим требованиям удовлетворяет экспоненциальная функция, частная производная от которой равна

$$q = q_0 \gamma \mathrm{e}^{\gamma \nabla \mathrm{T}}, \qquad (8)$$

где q_0, γ — некоторые постоянные.

При малых численных значениях показателя экспоненты ее можно разложить в ряд, и, ограничившись линейным приближением, выражение (8) можно записать в виде

$$q = q_0 \gamma \nabla T. \qquad (9)$$

Равенство (9) представляет собой закон Ж. Фурье, где произведение констант перед градиентом температуры равно коэффициенту теплопроводности среды χ.

Выходит, с точки зрения наблюдателя в теплоподводящей системе, плотность теплового потока описывается законом охлаждения Ньютона — Рихмана (1), а с точки зрения наблюдателя в тепловоспринимающей системе — законом теплопроводности Ж. Фурье (9). Но количественно плотность потока тепла одна и та же:

$$q = \alpha(T_w - T_\infty) = \chi \nabla T.$$

Можно заключить, что тепло, воспринимаемое системой, передается ей путем теплопроводности. Говорить о передаче тепла конвекцией в задаче В. Рихмана (об охлаждении сферы) не приходится.

При расчете конвективного теплообмена в каналах и трубах используется уравнение (10), по виду напоминающее закон охлаждения Ньютона — Рихмана (1)

$$q = \alpha(T_w - \mathrm{T}), \qquad (10)$$

где T — температура, имеющая у исследователей различный смысл. По форме оно не отличается от модели Ньютона — Рихмана (1). Различия заключены в толковании смысла температуры T. В учебниках по теплопередаче [1, 6] указывают, что T — это температура окружающей тело жидкой или газообразной среды. В научной литературе приводится уточнение, что это температура жидкости вдали от стенки [2] или средняя температура жидкости по сечению [11]. Существует и такая точка зрения: следует договориться в каждой задаче, что понимать под T — среднюю по сечению канала среднемассовую температуру жидкости или постоянную по сечению температуру жидкости на входе в обогреваемый участок трубы. Выбор зависит от характера задачи и производится лишь из соображений удобства расчетов [11]. При этом выражение (10) именуют законом охлаждения Ньютона — Рихмана.

Равенство (10) не выражает какой-либо физический закон не только из-за произвола в выборе величины T. В физике принято при записи какого-либо закона выражать неизвестную функцию через независимые аргументы. В равенстве (10) температура $T(x)$ зависит от температуры стенки T_w и поэтому не является независимой величиной. Кроме того, коэффициент пропорциональности α скорее всего не является физической величиной. Если в первой половине XX века коэффициенту теплообмена α пытались приписать какой-то физический смысл, то в начале XXI века встречаются работы [7, 13], в которых коэффициент теплообмена именуют вспомогательной величиной. В действительности — это некоторая величина, приведенная к разности температур стенки и среды. Использование равенства (10) для эмпирического определения коэффициента α позволило предложить схему для практических расчетов теплообмена без достаточного понимания физической сущности явлений, и в силу этого все расчеты носят исключительно эмпирический характер. Приходится признать, что и попытки создать теорию для расчета коэффициента теплообмена скорее всего не увенчались успехом.

Ниже предлагается способ расчета конвективного теплообмена в каналах и трубах без введения понятия «коэффициент теплообмена» и без применения соотношений типа (1) и (10). Чтобы выполнить предлагаемое, необходимо рассмотреть конвективный теплообмен с точки зрения наблюдателя в тепловоспринимающей системе.

Пусть при нагревании движущейся в канале (трубе) среды (жидкость, газ) тепло подводится только через боковую поверхность. Нас может интересовать распределение температур и скоростей по сечению и длине канала. Иначе говоря, по известному на входе в канал распределению температур и скоростей требуется определить те же распределения на расстоянии x от входа в канал. Такая задача представляется достаточно сложной для решения даже методами математической физики. Здесь возникают трудности: решение дифференциальных уравнений в частных производных, корректная формулировка граничных условий. Так, в качестве граничных условий нередко используют уравнения типа (10). Поэтому приходится упрощать задачу.

Простоты ради будем полагать, что на входе в канал известны средние, среднемассовые или среднеарифметические скорости и температуры по сечению канала. Будем также полагать, что средняя скорость одна и та же в каждом сечении канала, т. е. по длине канала не меняется. Средняя температура по сечению канала меняется от одного сечения к другому. Примем также, что канал выполнен в форме кругового цилиндра диаметра d. Сечение канала не изменяется на всем пути нагрева среды (прямолинейная труба длины x). Давление и объем движущейся среды при нагреве вдоль канала не изменяются. Масса m входящей за одну секунду жидкости равна массе выходящей.

Все эти дополнительные упрощения нужны для того, чтобы использовать первый закон термодинамики в соответствующей форме. Конечная цель таких расчетов найти, как меняется средняя по сечению канала температура движущейся жидкости вдоль канала, т. е. необходимо найти $T(x)$. При принятых допущениях первый закон термодинамики для закрытой системы, т. е. системы, обменивающейся с другой системой только энергией, можно записать в форме (11). В этом случае вся подводимая в форме тепла энергия тратится исключительно на изменение внутренней энергии тепловоспринимающей системы:

$$\delta Q = dU, \tag{11}$$

где Q — энергия, подводимая в форме тепла за одну секунду; U — внутренняя энергия системы, воспринимающей тепло.

Чтобы перейти к поверхностной плотности теплового потока q необходимо равенство (11) поделить на боковую поверхность трубы F, которую для элемента трубы длиной dx можно определить по выражению

$$F = \pi\, d\, dx. \tag{12}$$

Внутреннюю энергию U определим так, как это принято в настоящее время, через удельную теплоемкость C_m, секундный расход массы m и разность температур нагреваемой среды dT. В результате несложных преобразований получим уравнение

$$q = \frac{\delta Q}{\pi\, d\, dx} = \frac{m\, C_m\, dT}{\pi\, d\, dx} = \frac{1}{4}\,\rho\, v\, C_m\, d\, \frac{dT}{dx}, \tag{13}$$

где ρ — плотность нагреваемой среды, v — скорость ее движения.

Уравнение (13) может использоваться для определения температуры нагрева движущейся среды при принятых выше допущениях. Если известна плотность теплового потока q, то путем интегрирования по выражению (13) можно найти изменение температуры движущейся среды на длине x. Если известно распределение температуры по длине трубы, то, продифференцировав функцию $T(x)$, нетрудно найти значение плотности теплового потока q. Таким образом, уравнение (13) заменяет применяемое с этой целью выражение (10).

Особенностью уравнения (13) является то, что оно выступает следствием первого закона термодинамики и может быть использовано для решения различных задач. Обратим внимание, что в уравнение (13) входит скорость. Это естественно для конвективного теплообмена. Воспринимаемое системой количество тепла зависит и от теплофизических свойств нагреваемой среды, и от характерного размера системы, равной одной четверти диаметра $L = \frac{1}{4}d$.

В современных работах по теплообмену в качестве характерного размера системы принимают диаметр трубы, ее длину, половину высоты плоского канала, эквивалентный диаметр и др. Из равенства (13) следует, что в качестве характерного размера должно выбирать отношение площади сечения канала для прохода жидкости к его периметру. Если канал имеет квадратное сечение, то характерный размер будет равен не четверти диаметра, как у цилиндрической трубы, а только половине высоты канала h, т. е. $L = \frac{h \cdot h}{2h} = \frac{h}{2}$. В случае прямоугольного сечения характерный размер системы будет определяться шириной и высотой канала. Нет никакой необходимости проводить специальные эксперименты по определению характерного размера каналов треугольного и иных профилей.

Рассмотрим пример применения предлагаемого подхода для теплообмена в условиях постоянной плотности теплового потока ($q = const$). Интерес к этой задаче не чисто академический. Такие условия теплообмена встречаются достаточно часто: при электрообогреве, радиационном нагреве, нагреве в ядерных реакторах, противоточных теплообменниках и др.

В этом случае наблюдатель в тепловоспринимающей системе может воспользоваться уравнением (13). Интегрирование (13) при постоянной плотности теплового потока приводит к выражению

$$T - T_0 = \frac{4}{\rho\, C_m\, d}\,\frac{q\, x}{v}. \tag{14}$$

Зная теплофизические свойства среды, движущейся со скоростью v в трубе диаметром d, нетрудно определить нагрев среды от начальной температуры T_0 до температуры T на отрезке трубы длиной x.

Обратим внимание, что из решения (14) следуют некоторые технологические (практические) рекомендации. Например, достигнуть одну и ту же степень нагрева жидкости в трубе можно увеличением плотности теплового потока, увеличением длины трубы либо уменьшением диаметра трубы и скорости движения среды. В зависимость (14) входит отношение длины трубы к скорости движения среды. Это отношение можно интерпретировать как время пребывания нагреваемой среды в зоне нагрева.

Использование для расчетов современных критериальных уравнений, основанных на экспериментальном определении коэффициента теплообмена, не позволяет делать столь однозначных выводов. Введение в расчеты коэффициента теплообмена было вызвано необходимостью определения величины поверхности теплообмена, требуемой для нагрева среды в заданном интервале температур. Как следует из выражения (14), нет необходимости вводить специальную величину для расчета величины поверхности нагрева. Выбрав из каких-то соображений (экономических, производственных и др.) диаметр трубы, нетрудно подсчитать необходимую длину.

Для проверки справедливости решения (14) достаточно воспользоваться результатами экспериментальных исследований. На рис. 1 представлены расчеты по уравнению (14) — сплошная линия и данные экспериментов по нагреву трансформаторного масла в плоских каналах высотой h = 5,4 мм и h = 10,2 мм (ширина каналов b = 100 мм) [5] и масла ВМ-4, близкого по своим теплофизическим свойствам к трансформаторному, в трубке диаметром 10 мм [9]. По оси ординат отложена разность температур $T - T_0$, а по оси абсцисс поверхностная плотность энергии $\frac{q\,x}{v}$. Как видно из рис. 1, совпадение расчетных и экспериментальных данных вполне удовлетворительное.

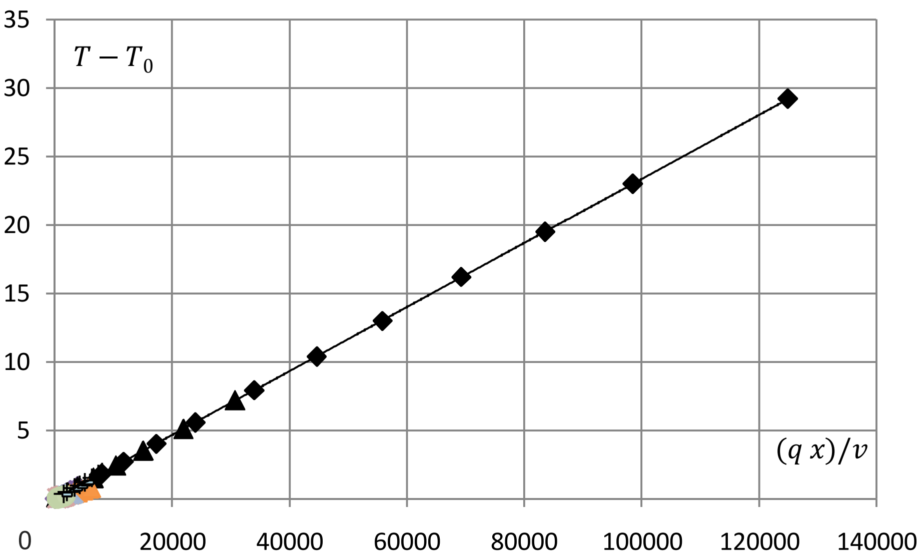


Рис. 1. Влияние поверхностной плотности энергии на нагрев масла

На рис. 2 представлено сравнение расчетных и экспериментальных данных по нагреву воды при значительных плотностях тепловых потоков. По оси ординат отложена разность температур $T - T_0$, а по оси абсцисс поверхностная плотность энергии. Прямая проведена по уравнению (14), а экспериментальные точки заимствованы из работы [8]. И в этом случае совпадение расчетных и экспериментальных данных удовлетворительное.

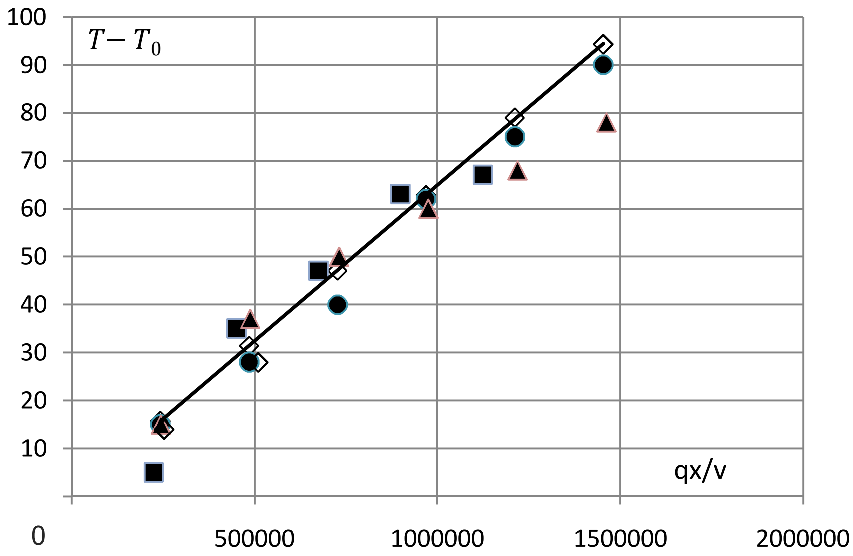


Рис. 2. Влияние поверхностной плотности энергии на нагрев воды

Если же возникает необходимость определить, как меняется по длине канала разность температур $T_w - T$, то наблюдатель в теплоподводящей системе может рассуждать примерно так же, как в задаче В. Рихмана. Но он должен учесть, что величина поверхности теплообмена с ростом длины трубы x возрастает. Для задачи с $q = const$ это означает, что тепло должно подводиться таким образом, чтобы температура стенки T_w с ростом длины трубы возрастала. И должен также учесть, что имеет место нагрев в стационарных условиях, т. е. в уравнении (3) $d\tau = 0$. Соответственно в решении отсутствует слагаемое, куда входит время, и вместо температуры T_∞ в решении (6) будет присутствовать температура T. Выразив из этого решения температуру T_w, а из выражения (14) температуру T, после несложных преобразований придем к равенству

$$T_w - T = \frac{1}{\lambda}\ln\left[\frac{q}{q_0 exp\lambda(T_0 + \frac{4}{\rho\, C_m\, d}\,\frac{qx}{v})} + 1\right]. \quad (15)$$

Выражение (15) является достаточно сложным для практического использования и требует экспериментов для определения постоянных λ и q_0. Можно по экспериментальным данным сложную логарифмическую зависимость заменить степенной.

Практический интерес при конструировании теплообменных аппаратов и организации технологии нагрева может представить отношение температур

$\frac{T_w - T}{T - T_0}$. Это отношение (безразмерная температура) при $x \to 0$ стремится к бесконечности, т. к. при этом $T = T_0$. При $x \to \infty$ можно полагать и $T_w \to \infty$, и $T \to \infty$. В этом случае числитель дроби стремится к нулю и соответственно $\frac{T_w - T}{T - T_0} \to 0$.

Если на базе экспериментальных данных [5, 9] выражение (15) заменить степенным, а затем полученное выражение поделить на $T - T_0$, то придем к соотношению

$$\frac{T_w - T}{T - T_0} = 0{,}93 \cdot 10^4 \left(\frac{qx}{v}\right)^{-0,7}. \qquad (16)$$

Как видно из соотношения (16) и его графического представления на рис. 3, при $x \to 0$ отношение температур действительно стремится к бесконечности, а при $x \to \infty$ отношение температур стремится к нулю. Иными словами, функция

$$\frac{T_w - T}{T - T_0} = f\left(\frac{qx}{v}\right)$$

меняется плавным образом от бесконечности до нуля.

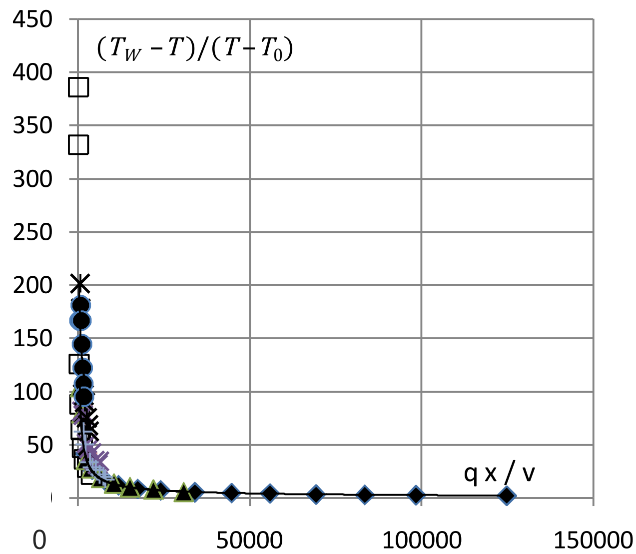


Рис. 3. Влияние поверхностной плотности энергии на безразмерную температуру

Как полагают исследователи по конвективному теплообмену в каналах и трубах (см., напр.: [6, 11]), существует начальный стабилизационный участок канала. После него изменение температуры стенки канала $T_w(x)$ и температуры нагрева жидкости $T(x)$ таково, что $\frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x}$, т. е. прямые параллельны. На кривой (16) и рис. 3 нет особых точек, указывающих на существование стабилизационного участка. Представленные результаты также противоречат теоретическим расчетам [11] и представлениям о том, что на большом удалении от стабилизационного участка коэффициент теплообмена стремится к некоторой постоянной величине при нагреве в условиях постоянной плотности теплового потока.

Некоторый интерес для анализа и сопоставления различных условий нагрева может представить безразмерная температура в виде $\frac{T-T_0}{T_w-T_0}$. Здесь при $x=0$ $T=T_0$ и $\frac{T-T_0}{T_w-T_0}=0$. Из расчетных по выражению (14) и экспериментальных данных [5, 9] следует, что

$$\frac{T-T_0}{T_w-T_0}=0{,}0002\,\left(\frac{qx}{v}\right)^{0{,}6}. \tag{17}$$

В заключение отметим: предложенный подход для изучения явлений конвективного теплообмена в каналах и трубах установил, что закон охлаждения Ньютона — Рихмана — это частный случай более общего экспоненциального закона и скорее всего описывает нестационарный теплообмен путем теплопроводности. Применяемое для расчета конвективного теплообмена в каналах соотношение (10) не является законом охлаждения Ньютона — Рихмана. Его использование для расчета конвективного теплообмена приводит к трудностям обобщения экспериментальных результатов, не позволяет обнаружить связи между технологическими параметрами процесса. Предлагаемое взамен его дифференциальное уравнение (13) получено из первого закона термодинамики и лишено недостатков выражения (10).

Хочется надеяться, что идея о независимом описании конвективного теплообмена через параметры теплоотдающей и тепловоспринимающей систем позволит упростить теплотехнические расчеты и приведет к лучшему пониманию процессов теплообмена.

Библиографический список

1. *Балайка Б., Сикора К.* Процессы теплообмена в аппаратах химической промышленности. М. : Машгиз, 1962. 352 с.
2. *Гребер Г., Эрк С.* Основы учения о теплообмене. М. ; Л. : Объединенное науч.-техн. изд-во НКТП СССР, 1936. 327 с.
3. *Давидзон М. И.* Закон охлаждения Ньютона — Рихмана и конвективный теплообмен // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2012. Вып. 2. С. 73—79.
4. *Давидзон М. И.* О законе охлаждения Ньютона — Рихмана // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2010. Вып. 2. С. 70—75.
5. *Жукаускас А., Жюгда И.* Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости. Вильнюс : Минтис, 1969. 264 с.
6. *Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.* Теплопередача. М. : Энергоиздат, 1981. 424 с.
7. *Кошмаров Ю. А.* Теплотехника. М. : Академкнига, 2006. 501 с.
8. *Лапотышкина Н. П., Сазонов Р. П.* Водоподготовка и водный режим работы тепловых сетей. М. : Энергоиздат, 1982. 188 с.
9. *Ма Тун-цзе.* Развитие процесса теплоотдачи в трубах при ламинарном течении // Теплопередача. М. : Изд-во АН СССР, 1962. С. 27—33.
10. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии. Оптика. Оптические лекции : (избр. места). Л. : Изд-во П. П. Сойкина, 1929. 71 с.
11. *Петухов Б. С.* Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М. : Энергия, 1967. 411 с.
12. *Рихман В.* Труды по физике. М. : Изд-во АН СССР, 1956. 711 с.
13. Теплотехника / под ред. В. Н. Луканина. М. : Высш. шк., 2009. 671 с.

УДК 512.543

Д. Н. Азаров, Д. В. Гольцов

О ПОЧТИ АППРОКСИМИРУЕМОСТИ КОНЕЧНЫМИ *p*-ГРУППАМИ СВОБОДНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ГРУПП С ОДНОЙ ОБЪЕДИНЕННОЙ КОНЕЧНОЙ ПОДГРУППОЙ

Получен критерий почти аппроксимируемости конечными p-группами свободного произведения любого семейства групп с одной объединенной конечной подгруппой.

Ключевые слова: свободное произведение с объединенной подгруппой, почти аппроксимируемость конечными p-группами.

The criterion of almost approximability of free product of any class of groups with an amalgamated finite subgroup by finite p-groups was received.

Key words: free product with amalgamated subgroups, virtually residually a finite p-group.

1. Введение

Группа G называется финитно аппроксимируемой, если для любого неединичного элемента a группы G существует гомоморфизм группы G на некоторую конечную группу, при котором образ элемента a отличен от 1. Наряду с финитной аппроксимируемостью изучается также свойство аппроксимируемости конечными p-группами, где p — простое число. Группа G называется аппроксимируемой конечными p-группами (или, короче, F_p-аппроксимируемой), если для любого неединичного элемента a группы G существует гомоморфизм группы G на некоторую конечную p-группу, при котором образ элемента a отличен от 1. Здесь через F_p обозначается класс всех конечных p-групп. Группа G называется почти F_p-аппроксимируемой, если она содержит некоторую F_p-аппроксимируемую подгруппу конечного индекса.

Пусть группа G почти F_p-аппроксимируема. Рассмотрим семейство $(H_i)_{i\in I}$ всех F_p-аппроксимируемых подгрупп конечного индекса группы G. Число

$$n = \min_{i\in I} \ [G : H_i]$$

будем называть индексом почти F_p-аппроксимируемости группы G.

Пусть $(G_\lambda)_{\lambda\in\Lambda}$ — некоторое (возможно бесконечное) семейство групп. И пусть

$$G = \left(\mathop{*}_{\lambda\in\Lambda} G_\lambda, H \right)$$

— свободное произведение групп G_λ с одной объединенной подгруппой H. В работе [1] доказано следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть для каждого $\lambda \in \Lambda$ группа G_λ финитно аппроксимируема и подгруппа H конечна. Группа G финитно аппроксимируема тогда и только тогда, когда для каждого $\lambda \in \Lambda$ в группе G_λ существует нормальная подгруппа U_λ конечного индекса, тривиально пересекающая H и такая, что индексы $[G_\lambda : U_\lambda]$ ограничены в совокупности.*

Там же получен аналогичный критерий для F_p-аппроксимируемости группы G. Здесь мы докажем следующий результат.

Теорема 2. *Пусть для каждого $\lambda \in \Lambda$ группа G_λ почти F_p-аппроксимируема и подгруппа H конечна. Группа G почти F_p-аппроксимируема тогда и только тогда, когда она финитно аппроксимируема и индексы почти F_p-аппроксимируемости групп G_λ ограничены в совокупности.*

Из теоремы 1 следует, что свободное произведение конечного числа финитно аппроксимируемых групп с конечной объединенной подгруппой является финитно аппроксимируемой группой. Это утверждение доказано еще в работе Г. Баумслага [4]. Аналогично из теоремы 2 следует, что свободное произведение конечного числа почти F_p-аппроксимируемых групп с конечной объединенной подгруппой само является почти F_p-аппроксимируемой группой. Этот результат был доказан в работе авторов [2].

Еще одним следствием из теоремы 2 будет следующее утверждение. Свободное произведение семейства почти F_p-аппроксимируемых групп является почти F_p-аппроксимируемой группой тогда и только тогда, когда индексы почти F_p-аппроксимируемости свободных множителей ограничены. Заметим, что для прямых произведений групп аналогичное утверждение не верно.

2. Вспомогательные утверждения

Пусть $(A_\lambda)_{\lambda\in\Lambda}$ — некоторое семейство групп и пусть

$$A = \mathop{*}_{\lambda\in\Lambda} A_\lambda$$

— свободное произведение групп A_λ.

Лемма 1. *Пусть все группы* A_λ *конечны и их порядки ограничены. Тогда существует гомоморфизм групп* A *на конечную группу, инъективный на всех* A_λ.

Доказательство. Так как порядки групп A_λ ограничены, то все эти группы с точностью до изоморфизма исчерпываются конечным набором групп B_1, B_2, …, B_n. Для каждого $\lambda \in \Lambda$ обозначим через φ_λ изоморфизм группы A_λ на одну из групп B_i. Тогда изоморфизмы φ_λ можно продолжить до гомоморфизма φ группы A на прямое произведение групп B_1, B_2, …, B_n. Этот гомоморфизм является искомым.

Лемма 2. *Пусть для каждого* $\lambda \in \Lambda$ *группа* A_λ *почти* F_p*-аппроксимируема и индексы почти* F_p*-аппроксимируемости групп* A_λ *ограничены. Тогда свободное произведение* A *групп* A_λ *почти* F_p*-аппроксимируемо*.

Доказательство. По условию для каждого $\lambda \in \Lambda$ в группе A_λ существует F_p-аппроксимируемая подгруппа B_λ такая, что индексы $[A_\lambda : B_\lambda]$ ограничены. Без потери общности можно считать, что для каждого $\lambda \in \Lambda$ подгруппа B_λ является нормальной в группе A_λ. Пусть

$$C = \mathop{*}_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda / B_\lambda$$

— свободное произведение фактор-групп A_λ / B_λ. И пусть ε — гомоморфизм группы A на группу C, продолжающий естественные гомоморфизмы $A_\lambda \to A_\lambda / B_\lambda$. Так как порядки групп A_λ / B_λ ограничены, то по лемме 1 существует гомоморфизм ρ группы C на некоторую конечную группу D, инъективный на всех A_λ / B_λ. Обозначим через L ядро гомоморфизма $\varepsilon\rho$. Тогда L — нормальная подгруппа конечного индекса группы A и для каждого $\lambda \in \Lambda$ $A_\lambda \cap L = B_\lambda$. По теореме Куроша подгруппа L раскладывается в свободное произведение некоторой свободной группы F и некоторых подгрупп вида

$$x^{-1} A_\lambda x \cap L = x^{-1}(A_\lambda \cap L)x = x^{-1} B_\lambda x,$$

где $x \in A$. Так как свободная группа F и подгруппы $x^{-1} B_\lambda x \cong B_\lambda$ являются F_p-аппроксимируемыми, то и группа L также F_p-аппроксимируема. Таким образом, группа A почти F_p-аппроксимируема.

3. Доказательство теоремы 2

Пусть $G = \left(\underset{\lambda \in \Lambda}{*} G_\lambda, H \right)$ — свободное произведение групп G_λ с конечной объединенной подгруппой H. И пусть для каждого $\lambda \in \Lambda$ группа G_λ почти F_p-аппроксимируема.

Предположим, что группа G почти F_p-аппроксимируема, т. е. содержит F_p-аппроксимируемую подгруппу конечного индекса n. Очевидно, что она финитно аппроксимируема и индексы почти F_p-аппроксимируемости групп G_λ ограничены числом n.

Наоборот, пусть группа G финитно аппроксимируема и индексы почти F_p-аппроксимируемости групп G_λ ограничены числом n. Так как группа G финитно аппроксимируема и H — конечная подгруппа группы G, то в группе G существует нормальная подгруппа N конечного индекса такая, что $N \cap H = 1$. По теореме Х. Нейман [3, с. 122] подгруппа N раскладывается в свободное произведение некоторой свободной группы F и некоторых подгрупп вида

$$x^{-1} G_\lambda x \cap N = x^{-1} (G_\lambda \cap N) x ,$$

где $x \in G$. Так как группы G_λ почти F_p-аппроксимируемы и индексы почти F_p-аппроксимируемости групп G_λ ограничены, то аналогичным свойством обладают и подгруппы $x^{-1}(G_\lambda \cap N)x$. Так как свободная группа F является F_p-аппроксимируемой, группы $x^{-1}(G_\lambda \cap N)x$ почти F_p-аппроксимируемы и их индексы почти F_p-аппроксимируемости ограничены, то по лемме 2 группа N почти F_p-аппроксимируема. Отсюда и из того, что индекс подгруппы N в группе G конечен, следует, что и группа G почти F_p-аппроксимируема. Теорема 2 доказана.

Библиографический список

1. *Азаров Д. Н.* О финитной аппроксимируемости свободных произведений групп с одной объединенной подгруппой // Сиб. мат. журн. 1997. Т. 38. С. 3—13.

2. *Азаров Д. Н., Гольцов Д. В.* Почти аппроксимируемость конечными *p*-группами свободного произведения двух групп с конечными объединенными подгруппами // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2011. Вып. 2. С. 94—97.

3. *Линдон Р., Шупп П.* Комбинаторная теория групп. М. : Мир, 1980. 447 с.

4. *Baumslag G.* On the residual finiteness of generalized free products of nilpotent groups // Trans. Amer. Math. Soc. 1963. Vol. 106, № 2. P. 193—209.

УДК 512.543

А. А. Коптева, Е. В. Соколов

НЕКОТОРЫЕ АППРОКСИМАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА HNN-РАСШИРЕНИЙ ГРУПП

При определенных ограничениях, накладываемых на класс групп $\mathcal{X}$, получено достаточное условие аппроксимируемости этим классом HNN-расширения G, а также описание отделимых в классе $\mathcal{X}$ циклических подгрупп группы G.

Ключевые слова: HNN-расширения, отделимость циклических подгрупп.

Let $\mathcal{X}$ be a class of groups satisfying certain conditions. The sufficient condition is proved for an HNN-extension of a group to be residually $\mathcal{X}$. The description of $\mathcal{X}$-separable cyclic subgroups of this construction is also obtained.

Key words: HNN-extension, cyclic subgroup separability.

1. Введение. Формулировка результатов

Цель настоящей работы состоит в отыскании условий, которые достаточно наложить на класс групп $\mathcal{X}$ для того, чтобы для изучения свойств $\mathcal{X}$-аппроксимируемости и $\mathcal{X}$-отделимости циклических подгрупп HNN-расширений можно было использовать известную методику, впервые предложенную Г. Баумслагом [9] для обобщенных свободных произведений групп и перенесенную затем Б. Баумслагом и М. Треткофом на HNN-расширения [8]. Данная статья продолжает работу [3], где аналогичная задача решалась для конструкции обобщенного свободного произведения двух групп.

Если X — некоторая группа и Y — ее подгруппа, то, как и в [3], через $\mathcal{X}^*(X)$ мы будем обозначать семейство всех нормальных подгрупп группы X, фактор-группы по которым принадлежат классу $\mathcal{X}$, а через $\mathcal{X}^*(X, Y)$ — семейство пересечений $\{N \cap Y \mid N \in \mathcal{X}^*(X)\}$. Будем говорить также, что подгруппа Y отделима в группе X семейством Σ нормальных подгрупп этой группы, если $\bigcap_{N \in \Sigma} YN = Y$. Отметим, что хорошо известное понятие $\mathcal{X}$-отделимости является частным случаем понятия отделимости семейством подгрупп и получается из него, если в качестве Σ взять семейство $\mathcal{X}^*(X)$.

Если все группы из класса $\mathcal{X}$ — периодические, то через $\pi(\mathcal{X})$ будем обозначать множество простых делителей порядков их элементов. Если же класс $\mathcal{X}$ содержит хотя бы одну непериодическую группу, положим $\pi(\mathcal{X})$ равным множеству всех простых чисел. Напомним, что подгруппа Y некоторой группы X называется $\pi(\mathcal{X})'$-изолированной в X, если для любого элемента $x \in X \setminus Y$ и для любого простого числа $q \notin \pi(\mathcal{X})$ из включения $x^q \in Y$ вытекает, что $x \in Y$.

Как показывает приведенное ниже предложение 5, $\pi(\mathcal{X})'$-изолированность является необходимым условием $\mathcal{X}$-отделимости. В то же время очевидно, что если $\pi(\mathcal{X})$ совпадает с множеством всех простых чисел, то каждая подгруппа оказывается $\pi(\mathcal{X})'$-изолированной и поэтому требование $\pi(\mathcal{X})'$-изолированности подгруппы ничего не означает.

Пусть далее G обозначает HNN-расширение некоторой группы A с проходной буквой t и подгруппами H и K, связанными относительно изоморфизма φ: $H \to K$ (эти обозначения предполагаются фиксированными до конца изложения). Через $\Delta_{\mathcal{X}}(A)$ ($\Delta_{\mathcal{X}}(G, A)$) мы будем обозначать семейство $\pi(\mathcal{X})'$-изолированных циклических подгрупп группы A, не являющихся отделимыми семейством $\mathcal{X}^*(A)$ (соответственно семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$).

Перечислим теперь основные результаты настоящей работы.

Теорема 1. Пусть $\mathcal{X}$ — некоторый класс групп, подгруппы 1, H и K отделимы в группе A семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$ и пусть выполняется следующее утверждение:

$$\forall X, Y \in \mathcal{X}^*(G)\ \exists Z \in \mathcal{X}^*(G)\ Z \le X \cap Y. \qquad (a)$$

1. Если произвольное расширение свободной группы при помощи $\mathcal{X}$-группы $\mathcal{X}$-аппроксимируемо (b), то и группа G является $\mathcal{X}$-аппроксимируемой.

2. Если в произвольном расширении свободной группы при помощи $\mathcal{X}$-группы все $\pi(\mathcal{X})'$-изолированные циклические подгруппы $\mathcal{X}$-отделимы (c), то $\pi(\mathcal{X})'$-изолированная циклическая подгруппа группы G $\mathcal{X}$-отделима в этой группе тогда и только тогда, когда она не сопряжена ни с какой подгруппой из семейства $\Delta_{\mathcal{X}}(G, A)$.

Следствие 1. Пусть $\mathcal{X}$ — некоторый класс групп, подгруппы H и K конечны, группа G $\mathcal{X}$-аппроксимируема. Если выполняются условия (a) и (c) из формулировки теоремы 1, то $\pi(\mathcal{X})'$-изолированная циклическая подгруппа группы G $\mathcal{X}$-отделима в этой группе тогда и только тогда, когда она не сопряжена ни с какой подгруппой из семейства $\Delta_{\mathcal{X}}(G, A)$.

Теорема 2. Пусть $\mathcal{X}$ — наследственный класс групп, группа A $\mathcal{X}$-аппроксимируема, подгруппы H и K $\mathcal{X}$-отделимы в группе A и пусть каждая подгруппа из семейства $\mathcal{X}^*(A)$ содержит некоторую подгруппу из семейства $\mathcal{X}^*(G, A)$. Если имеют место утверждения (a) и (c) из формулировки теоремы 1, то группа G $\mathcal{X}$-аппроксимируема и семейство ее $\mathcal{X}$-отделимых циклических подгрупп максимально. Более подробно: $\pi(\mathcal{X})'$-изолированная циклическая подгруппа группы G $\mathcal{X}$-отделима в этой группе тогда и только тогда, когда она не сопряжена ни с какой подгруппой из семейства $\Delta_{\mathcal{X}}(A)$.

Следствие 2. Пусть $\mathcal{X}$ — наследственный класс групп, группа A конечна, группа G $\mathcal{X}$-аппроксимируема. Если выполняются условия (a) и (c) из формулировки теоремы 1, то семейство $\mathcal{X}$-отделимых циклических подгрупп группы G максимально.

Пусть далее p — некоторое простое число и Φ_p — класс всех конечных p-групп.

Следствие 3. Пусть H и K — собственные центральные подгруппы группы A. Если группа G Φ_p-аппроксимируема для некоторого простого числа p, то $\pi(\Phi_p)'$-изолированная циклическая подгруппа группы G не является

Φ_p-отделимой в этой группе тогда и только тогда, когда она сопряжена с подгруппой группы A, не отделимой в ней семейством $\Delta\Phi_p(G, A)$.

Отметим, что критерий Φ_p-аппроксимируемости группы G, удовлетворяющей условиям следствия 3, установлен в [6]. Очевидно также, что $\pi(\Phi_p)=\{p\}$.

Следствие 4. Пусть группа A Φ_p-аппроксимируема для некоторого простого числа p, подгруппа H — Φ_p-отделима в группе A и изоморфизм φ является ограничением на подгруппу H некоторого внутреннего автоморфизма группы A. Тогда группа G Φ_p-аппроксимируема и семейство ее Φ_p-отделимых циклических подгрупп максимально.

Сформулированные выше теоремы 1 и 2 обобщают основные результаты работы [1], в которой изучаются свойства финитной аппроксимируемости HNN-расширений и финитной отделимости их циклических подгрупп, а также достаточное условие Φ_p-аппроксимируемости произвольного HNN-расширения, содержащееся в теореме 2 из [5].

2. Некоторые вспомогательные понятия и результаты

Напомним, что любой элемент $g \in G$ может быть записан в приведенной форме:

$$g = a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{n-1} t^{\varepsilon_n} a_n,$$

где $a_i \in A$, $\varepsilon_i = \pm 1$ и, если $\varepsilon_i = -1$, $\varepsilon_{i+1} = 1$, то $a_i \notin H$, если же $\varepsilon_i = 1$, $\varepsilon_{i+1} = -1$, то $a_i \notin K$. Элемент $g = a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{n-1} t^{\varepsilon_n}$ называется циклически приведенным, если все его циклические перестановки

$$g = a_i t^{\varepsilon_{i+1}} a_{i+1} t^{\varepsilon_{i+2}} \dots a_{n-1} t^{\varepsilon_n} a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{i-1} t^{\varepsilon_i}$$

приведены.

Лемма Бриттона (см., напр., [4, гл. IV, § 2]) утверждает, что любой элемент, обладающий приведенной записью, в которой есть хотя бы одна буква t или t^{-1}, отличен от единицы в группе G. Отсюда следует, что хотя один и тот же элемент может иметь различные приведенные записи, однако число вхождений букв t и t^{-1} во всех них одинаково. Оно называется длиной элемента g и обозначается $|g|$.

Предложение 1. Пусть $g \in G$ — произвольный элемент и

$$g = a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{n-1} t^{\varepsilon_n} a_n$$

— его приведенная запись. Тогда существуют такие элемент $b \in A$ и число m, что элемент

$$g^* = b a_m t^{\varepsilon_{m+1}} a_{m+1} t^{\varepsilon_{m+2}} \dots a_{n-m-1} t^{\varepsilon_{n-m}}$$

циклически приведен и

$$g = a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{m-1} t^{\varepsilon_m} b^{-1} g^* b t^{-\varepsilon_m} a_{m-1}^{-1} \dots t^{-\varepsilon_2} a_1^{-1} t^{-\varepsilon_1} a_0^{-1}$$

— приведенная запись элемента g.

Доказательство. Воспользуемся индукцией по длине элемента g.

Если $n=0$, то элемент g циклически приведен. Поэтому мы можем положить $b=1$ и $m=n$, так что $g^*=g$.

Пусть теперь $n>0$ и для всех элементов меньшей длины утверждение предложения имеет место. Если выполняется одно из следующих трех условий:

1) $\varepsilon_1+\varepsilon_n \neq 0$,
2) $\varepsilon_1=1=-\varepsilon_n$ и $a_n a_0 \notin H$,
3) $\varepsilon_1=-1=-\varepsilon_n$ и $a_n a_0 \notin K$,

то элемент $g^* = a_n a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{n-1} t^{\varepsilon_n}$ циклически приведен и можно положить $b=a_n$ и $m=0$. Поэтому далее мы будем считать, что либо $\varepsilon_1=1=-\varepsilon_n$ и $a_n a_0 \in H$, либо $\varepsilon_1=-1=-\varepsilon_n$ и $a_n a_0 \in K$. В частности, это означает, что $n \geq 2$.

В силу сделанных предположений элемент $a'_{n-1} = a_{n-1} t^{\varepsilon_n} a_n a_0 t^{\varepsilon_1}$ принадлежит группе A и потому $g_1 = a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{n-2} t^{\varepsilon_{n-1}} a'_{n-1}$ — приведенная запись элемента g_1 длины $n-2$. По индуктивному предположению существуют элемент $b \in A$ и число m такие, что элемент

$$g^* = b a_m t^{\varepsilon_{m+1}} a_{m+1} t^{\varepsilon_{m+2}} \dots a_{n-m-1} t^{\varepsilon_{n-m}}$$

циклически приведен и

$$g_1 = a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{m-1} t^{\varepsilon_m} b^{-1} g^* b t^{-\varepsilon_m} a_{m-1}^{-1} \dots t^{-\varepsilon_2} a_1^{-1} \text{ —}$$

приведенная запись элемента g_1. Но $g = a_0 t^{\varepsilon_1} g_1 t^{-\varepsilon_1} a_0^{-1}$, следовательно,

$$g = a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \dots a_{m-1} t^{\varepsilon_m} b^{-1} g^* b t^{-\varepsilon_m} a_{m-1}^{-1} \dots t^{-\varepsilon_2} a_1^{-1} t^{-\varepsilon_1} a_0^{-1}$$

— приведенная запись элемента g. Таким образом, элемент b и число m являются искомыми.

Предложение 2. Для любых двух элементов $g, h \in G$, если один из этих элементов циклически приведен и $h=g^q$ для некоторого положительного числа q, то другой элемент также циклически приведен и $|h|=|g|q$.

Доказательство. Если циклически приведенным является элемент g, утверждение очевидно. Поэтому рассмотрим случай, когда циклически приведен элемент h.

Согласно предыдущему предложению существуют такие элемент $b \in A$ и число m, что элемент

$$g^* = b a_m t^{\varepsilon_{m+1}} a_{m+1} t^{\varepsilon_{m+2}} \dots a_{n-m-1} t^{\varepsilon_{n-m}}$$

циклически приведен и

$$g = a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \ldots a_{m-1} t^{\varepsilon_m} b^{-1} g^* b t^{-\varepsilon_m} a_{m-1}^{-1} \ldots t^{-\varepsilon_2} a_1^{-1} t^{-\varepsilon_1} a_0^{-1} \text{ —}$$

приведенная запись элемента g. Тогда

$$g^q = a_0 t^{\varepsilon_1} \ldots a_{m-1} t^{\varepsilon_m} b^{-1} \underbrace{(b a_m t^{\varepsilon_{m+1}} \ldots a_{n-m-1} t^{\varepsilon_{n-m}})}_{q \text{ ðàç}} b t^{-\varepsilon_m} a_{m-1}^{-1} \ldots t^{-\varepsilon_1} a_0^{-1}$$

— приведенная запись элемента g^q.

Предполагая, что элемент g не является циклически приведенным, мы получаем, что $m > 0$ и элемент g^q также не является циклически приведенным. Но это противоречит циклической приведенности элемента h. Таким образом, элемент g циклически приведен и равенство $|h| = |g|q$ имеет место.

Нетрудно показать, что если нормальная подгруппа M группы A удовлетворяет условию $(M \cap H)\varphi = M \cap K$, то отображение $\varphi_M : HM/M \to KM/M$, переводящее элемент hM, $h \in H$, в элемент $(h\varphi)M$, корректно определено и является изоморфизмом подгрупп. Поэтому мы можем рассмотреть HNN-расширение

$$G_M = \langle A/M, \tau;\ \tau^{-1} HM/M \tau = KM/M, \varphi_M \rangle$$

и отображение $\rho_M : G \to G_M$, продолжающее естественный гомоморфизм группы A на фактор-группу A/M и переводящее t в τ.

В силу определения изоморфизма φ_M отображение ρ_M переводит все определяющие соотношения группы G в равенства, верные в группе G_M, и потому является гомоморфизмом G на G_M. Легко видеть также, что если подгруппа N принадлежит семейству $\mathrm{X}^*(G)$, то $(N \cap H)\varphi = N \cap K$. Поэтому определены изоморфизм $\varphi_{N \cap A}$, HNN-расширение $G_{N \cap A}$ и гомоморфизм $\rho_{N \cap A}$, которые мы будем обозначать для краткости через φ_N, G_N и ρ_N соответственно.

Предложение 3. Если $N \in \mathrm{X}^*(G)$, то группа G_N представляет собой расширение свободной группы при помощи X-группы.

Мы опустим доказательства этого и следующего утверждений, поскольку для их проверки достаточно почти дословно повторить доказательства предложений 3.1 и 3.3 из работы [3], воспользовавшись вместо теоремы Х. Нейманн аналогичным результатом об HNN-расширениях из [10].

Предложение 4. Если циклическая подгруппа группы G X-отделима в этой группе, то она не сопряжена ни с какой подгруппой из семейства $\Delta_{\mathrm{X}}(G, A)$.

В заключение данного параграфа приведем еще несколько необходимых нам утверждений, справедливость которых установлена в [3]. Чтобы пояснить формулировку третьего из них, напомним, что $\pi(\mathrm{X})'$-изолятором подгруппы Y в группе X называется наименьшая подгруппа, содержащая Y и $\pi(\mathrm{X})'$-изолированная в X.

Предложение 5. Каждая $\mathcal{X}$-отделимая подгруппа является $\pi(\mathcal{X})'$-изолированной. В частности, произвольная $\mathcal{X}$-аппроксимируемая группа не имеет $\pi(\mathcal{X})'$-кручения.

Предложение 6. Пусть группа X представляет собой расширение свободной группы Y при помощи $\mathcal{X}$-группы. Если все $\pi(\mathcal{X})'$-изолированные циклические подгруппы группы X $\mathcal{X}$-отделимы, то группа X $\mathcal{X}$-аппроксимируема.

Предложение 7. В $\mathcal{X}$-аппроксимируемой группе $\pi(\mathcal{X})'$-изолятор произвольной локально циклической подгруппы является локально циклической группой.

3. Доказательство теоремы 1

С учетом предложения 4 нам осталось проверить первое утверждение теоремы и достаточность во втором. Начнем с утверждения 1.

Пусть $g \in G\setminus\{1\}$ — произвольный элемент и

$$g = a_0 t^{\varepsilon_1} a_1 t^{\varepsilon_2} \ldots a_{n-1} t^{\varepsilon_n} a_n$$

— его приведенная запись. Укажем подгруппу $M \in \mathcal{X}^*(G)$ такую, что $g \notin M$.

По условию теоремы единичная подгруппа группы A отделима в ней семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$. Поэтому в случае, когда $g \in A$, найдется такая подгруппа $M \in \mathcal{X}^*(G)$, что $g \notin M \cap A$. Очевидно, что тогда $g \notin M$.

Пусть $g \notin A$. Если для некоторого i $(1 \leq i \leq n-1)$ $\varepsilon_i = -1$ и $\varepsilon_{i+1} = 1$, то $a_i \notin H$ и в силу отделимости подгруппы H семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$ найдется подгруппа $N_i \in \mathcal{X}^*(G)$ такая, что $a_i \notin H(N_i \cap A)$. Аналогично, если для некоторого i $\varepsilon_i = 1$ и $\varepsilon_{i+1} = -1$, то $a_i \notin K$ и существует такая подгруппа $N_i \in \mathcal{X}^*(G)$, что $a_i \notin K(N_i \cap A)$.

Для остальных i $(0 \leq i \leq n)$ определим подгруппу N_i следующим образом. Если $a_i \neq 1$, воспользуемся тем, что единичная подгруппа отделима семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$, и выберем подгруппу $N_i \in \mathcal{X}^*(G)$ так, чтобы $a_i \notin N_i \cap A$. В противном случае положим $N_i = G$.

Из условия (a) следует, что найдется подгруппа $N \in \mathcal{X}^*(G)$, лежащая в пересечении $\bigcap_{0 \leq i \leq n} N_i$.

В силу выбора подгруппы N $|g\rho_N| = |g| \geq 1$. Поэтому $g\rho_N \neq 1$ и, пользуясь предложением 3 и условием (b), мы можем выбрать в группе G_N подгруппу $M_N \in \mathcal{X}^*(G_N)$, не содержащую элемента $g\rho_N$. Легко видеть, что прообраз M этой подгруппы относительно гомоморфизма ρ_N будет принадлежать семейству $\mathcal{X}^*(G)$ и не содержать элемента g.

Перейдем теперь к доказательству утверждения 2.

Пусть X — $\pi(\mathcal{X})'$-изолированная циклическая подгруппа группы G, не сопряженная ни с какой подгруппой из семейства $\Delta_{\mathcal{X}}(G, A)$, и пусть $g \in G$ — произвольный элемент, не принадлежащий X. Пусть также x — порождающий подгруппы X. Применяя при необходимости подходящий внутренний автоморфизм группы G, мы можем считать далее, что элемент x циклически приведен.

В силу предложения 3 и условия (c) для доказательства $\mathcal{X}$-отделимости подгруппы X нам достаточно указать подгруппу $N \in \mathcal{X}^*(G)$ такую, что элемент $g\rho_N$ не принадлежит некоторой $\pi(\mathcal{X})'$-изолированной циклической подгруппе группы G_N, содержащей подгруппу $X\rho_N$.

Случай 1. $|x| = 0 = |g|$.

Поскольку при данных ограничениях подгруппа X лежит в группе A и не сопряжена ни с какой подгруппой из семейства $\Delta_{\mathcal{X}}(G, A)$, она отделима семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$. Следовательно, существует подгруппа $N \in \mathcal{X}^*(G)$, удовлетворяющая условию $g \notin X(N \cap A)$. Так как гомоморфизм ρ_N продолжает естественный гомоморфизм группы A на фактор-группу $A/(N \cap A)$, отсюда вытекает, что $g\rho_N \notin X\rho_N$.

Заметим теперь, что если класс $\mathcal{X}$ состоит из периодических групп, то базовая группа HNN-расширения G_N вкладывается в периодическую $\pi(\mathcal{X})$-группу G/N. Поэтому все ее циклические подгруппы, в том числе и $X\rho_N$, конечны. Но в силу предложений 3, 6 и условия (c) группа G_N $\mathcal{X}$-аппроксимируема и, стало быть, не имеет $\pi(\mathcal{X})'$-кручения. Отсюда следует, что подгруппа $X\rho_N$ $\pi(\mathcal{X})'$-изолирована в группе G_N.

Если же класс $\mathcal{X}$ содержит хотя бы одну непериодическую группу, то, как было отмечено во введении, все подгруппы группы G_N являются $\pi(\mathcal{X})'$-изолированными. Таким образом, искомая подгруппа N найдена.

Случай 2. $|x| = 0$, $|g| \geq 1$.

Рассуждая как и при доказательстве утверждения 1, выберем подгруппу $N \in \mathcal{X}^*(G)$ такую, что $|g\rho_N| = |g| \geq 1$. Тогда в силу предложения 2 $g\rho_N \notin \langle x\rho_N \rangle$ и при этом подгруппа $X\rho_N$ $\pi(\mathcal{X})'$-изолирована в группе G_N, что и требовалось.

Пусть теперь $|x| \geq 1$. Определим натуральное число t как наибольший $\pi(\mathcal{X})'$-делитель числа $|x|$.

Случай 3. $|x| \geq 1$ и либо $|g| = 0$, либо $|g| \geq 1$ и $|x|$ не делит $|g|t$.

Как и выше, мы можем выбрать подгруппу $N \in \mathcal{X}^*(G)$ так, чтобы выполнялись соотношения $|g\rho_N| = |g|$ и $|x\rho_N| = |x|$, элемент $x\rho_N$ по-прежнему являлся циклически приведенным, а элемент $g\rho_N$ был отличен от 1.

Согласно условию (c) и предложениям 6, 3, группа G_N $\mathcal{X}$-аппроксимируема. Так как $|x\rho_N| = |x| \geq 1$, то в силу предложения 2 из элемента $x\rho_N$ не могут извлекаться корни сколь угодно высокой степени. Из предложения 7 теперь следует, что $\pi(\mathcal{X})'$-изолятор Y_N подгруппы $X\rho_N$ в группе G_N является циклической подгруппой.

Пусть y_N обозначает порождающий подгруппы Y_N и пусть $(y_N)^z = x\rho_N$. Из предложения 2 следует, что тогда z делит $|x|$. Но z является $\pi(\mathcal{X})'$-числом, поэтому оно делит t и, стало быть, $(Y_N)^t \leq X\rho_N$.

Таким образом, предполагая, что $g\rho_N \in Y_N$, мы приходим к утверждению $(g\rho_N)^t \in X\rho_N$. Но это невозможно в силу $\mathcal{X}$-аппроксимируемости группы G_N и ограничений, наложенных на длины элементов g и x. Следовательно, $g\rho_N \notin Y_N$ и подгруппа N является искомой.

Случай 4. $|g| \geq 1$, $|x| \geq 1$ и $|g|t = |x|l$ для некоторого натурального l.

Поскольку подгруппа X $\pi(\mathcal{X})'$-изолирована, $g^t \notin X$ и, следовательно, $g^{-t}x^l \neq 1 \neq g^t x^l$. По аналогии со случаем 3 найдем такую подгруппу $N \in \mathcal{X}^*(G)$, что $|g\rho_N| = |g|$ и $|x\rho_N| = |x|$, элемент $x\rho_N$ циклически приведен, а элементы $(g^{-t}x^l)\rho_N$ и $(g^t x^l)\rho_N$ по-прежнему отличны от 1.

Если имеет место включение $(g\rho_N)^t \in X\rho_N$, то в силу предложения 2 элемент $g\rho_N$ циклически приведен. Но тогда $|(g\rho_N)^t|=|(x\rho_N)^l|$ и $(g\rho_N)^t \neq (x\rho_N)^{\pm l}$, что невозможно. Значит, $(g\rho_N)^t \notin X\rho_N$.

Из последнего соотношения, как и в случае 3, вытекает, что элемент $g\rho_N$ не принадлежит $\pi(\mathcal{X})'$-изолятору подгруппы $X\rho_N$ в группе G_N. Теорема доказана.

4. Доказательства теоремы 2 и следствий

Доказательство теоремы 2. Заметим прежде всего, что всякая подгруппа B группы A является $\mathcal{X}$-отделимой в этой группе тогда и только тогда, когда она отделима в ней семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$.

Действительно, если подгруппа B $\mathcal{X}$-отделима и $x \in A \setminus B$ — произвольный элемент, то $x \notin BL$ для некоторой подгруппы $L \in \mathcal{X}^*(A)$. Согласно условию теоремы существует подгруппа $M \in \mathcal{X}^*(G, A)$ такая, что $M \leq L$. Тогда $x \notin BM$, и ввиду произвольности элемента x подгруппа B отделима семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$.

Наоборот, пусть M — произвольная подгруппа из семейства $\mathcal{X}^*(G, A)$. Тогда $M = N \cap A$ для подходящей подгруппы $N \in \mathcal{X}^*(G)$ и

$$A/M = A/(N \cap A) \cong AN/N \leq G/N.$$

Так как $G/N \in \mathcal{X}$ и класс $\mathcal{X}$ по условию является наследственным, то $A/M \in \mathcal{X}$, т. е. $M \in \mathcal{X}^*(A)$. Учитывая произвольность выбора подгруппы M, мы заключаем отсюда, что $\mathcal{X}^*(G, A) \subseteq \mathcal{X}^*(A)$. Поэтому любая подгруппа группы A, отделимая семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$, является и $\mathcal{X}$-отделимой.

Теперь требуемое утверждение легко получается из теоремы 1.

Так как группа A $\mathcal{X}$-аппроксимируема, ее единичная подгруппа $\mathcal{X}$-отделима. По условию $\mathcal{X}$-отделимыми являются также и подгруппы H и K. Следовательно, все эти три подгруппы отделимы в группе A семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$.

Таким образом, выполняется условие теоремы 1, согласно второму утверждению которой $\pi(\mathcal{X})'$-изолированная циклическая подгруппа группы G не является $\mathcal{X}$-отделимой в этой группе тогда и только тогда, когда она сопряжена с подгруппой группы A, не отделимой в ней семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$. Но отделимость подгруппы группы A семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$ равносильна обычной $\mathcal{X}$-отделимости в этой группе.

Наконец, согласно предложению 6 из условия (c) следует условие (b). Поэтому группа G $\mathcal{X}$-аппроксимируема и теорема доказана.

Доказательство следствия 1. Пусть X — некоторая конечная подгруппа группы A и $a \in A \setminus X$ — произвольный элемент.

Так как группа G $\mathcal{X}$-аппроксимируема и удовлетворяет условию (a), то найдется подгруппа $N \in \mathcal{X}^*(G)$, тривиально пересекающаяся с конечным множеством $\{a^{-1}x \mid x \in X\}$. Полагая $M = N \cap A$, мы получаем, что $M \in \mathcal{X}^*(G, A)$ и $a \notin XM$. Таким образом, подгруппа X отделима семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$.

Поскольку подгруппы $\{1\}$, H и K конечны, в силу доказаного только что они отделимы семейством $\mathcal{X}^*(G, A)$. Требуемое утверждение теперь следует из теоремы 1.

Доказательство следствия 2. Так как группа A конечна и группа G $\mathcal{X}$-аппроксимируема, то в силу условия (a) найдется подгруппа $N \in \mathcal{X}^*(G)$, тривиально пересекающаяся с A. Поэтому $1 \in \mathcal{X}^*(G, A)$ и, следовательно, любая подгруппа группы A содержит подгруппу из семейства $\mathcal{X}^*(G, A)$. Из $\mathcal{X}$-аппроксимируемости группы G и условия (a) следует также $\mathcal{X}$-отделимость конечных подгрупп H и K. Таким образом, выполнены все условия теоремы 2, из которой и вытекает утверждение следствия.

Для дальнейших рассуждений нам потребуются некоторые сведения о классе Φ_p и подгруппах из семейства $\Phi_p^*(G, A)$.

Прежде всего заметим, что класс Φ_p является корневым [2], а любой корневой класс удовлетворяет условиям (a) и (c) из формулировки теоремы 1 [7].

Далее, следуя [5], подгруппу M группы A будем называть (H, K, φ, p)-совместимой, если существует последовательность

$$M = M_0 \leq M_1 \leq \ldots \leq M_n = A$$

подгрупп группы A такая, что:

(1) для любого $i \in \{0, \ldots, n\}$ подгруппа M_i нормальна в группе A и удовлетворяет условию $(M_i \cap H)\varphi = M_i \cap K$;

(2) для каждого $i \in \{0, \ldots, n-1\}$ порядок фактор-группы M_{i+1}/M_i равен p и для произвольного элемента $h \in M_{i+1} \cap H$ элементы h и $h\varphi$ сравнимы по модулю подгруппы M_i.

Предложение 8. Подгруппа группы A является (H, K, φ, p)-совместимой тогда и только тогда, когда она принадлежит семейству $\Phi_p^*(G, A)$.

Доказательство. Достаточность условия предложения доказана в лемме 2.2 из работы [5]. Проверим необходимость.

Та же лемма утверждает, что если подгруппа M группы A является (H, K, φ, p)-совместимой, то HNN-расширение

$$G_M = \langle A/M, \tau;\ \tau^{-1}HM/M\tau = KM/M, \varphi_M\rangle$$

Φ_p-аппроксимируемо. Поэтому найдется подгруппа $N_M \in \Phi_p^*(G_M)$, тривиально пересекающаяся с конечной подгруппой A/M.

Так как гомоморфизм ρ_M продолжает естественный гомоморфизм группы A на фактор-группу A/M, то прообраз N подгруппы N_M относительно этого гомоморфизма, принадлежащий, очевидно, семейству $\Phi_p^*(G)$, удовлетворяет соотношению $M = N \cap A$. Тем самым мы получаем, что $M \in \Phi_p^*(G, A)$, и предложение доказано.

Предложение 9. Если изоморфизм φ совпадает с ограничением на подгруппу H некоторого внутреннего автоморфизма группы A, то семейство (H, K, φ, p)-совместимых подгрупп группы A совпадает с семейством $\Phi_p^*(A)$.

Доказательство. Непосредственно из определения вытекает, что каждая (H, K, φ, p)-совместимая подгруппа группы A принадлежит семейству $\Phi_p^*(A)$. Поэтому нам остается проверить лишь противоположное включение.

Пусть φ совпадает с ограничением на подгруппу H внутреннего автоморфизма группы A, производимого элементом a, и пусть M — произвольная подгруппа из семейства $\Phi_p^*(A)$.

Хорошо известно, что каждая конечная p-группа имеет нетривиальный центр. Поэтому в центре фактор-группы A/M найдется подгруппа M_1/M порядка p. Тогда $M_1 \in \Phi_p^*(A)$ и для любого элемента $b \in M_1$ имеет место соотношение $b \equiv a^{-1}ba \pmod M$. В частности, если $b \in M_1 \cap H$, то $b \equiv a^{-1}ba = b\varphi \pmod M$.

Аналогичным образом строятся нормальные подгруппы $M_2, \ldots, M_n$, удовлетворяющие условию (2) из определения (H, K, φ, p)-совместимой подгруппы. Остается заметить, что в силу ограничения, наложенного на изоморфизм φ, каждая нормальная подгруппа M группы A удовлетворяет условию $(M \cap H)\varphi = M \cap K$.

Следствие 3 теперь немедленно получается из теоремы 1, предложения 8 и предложения 2.2 из работы [6], которое утверждает, в частности, что если H и K — собственные центральные подгруппы группы A и группа G Φ_p-аппроксимируема, то подгруппы $\{1\}$, H и K отделимы семейством (H, K, φ, p)-совместимых подгрупп группы A. Следствие 4 вытекает из предложений 8, 9 и теоремы 2.

Библиографический список

1. *Гайворонская М. Ю., Соколов Е. В.* О финитной отделимости циклических подгрупп HNN-расширений групп // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2010. Вып. 2. С. 90—97.
2. *Гудовщикова А. С., Соколов Е. В.* Два замечания о классе конечных разрешимых π-групп // Вестн. молодых ученых ИвГУ. 2012. Вып. 12. С. 3—4.
3. *Гудовщикова А. С., Соколов Е. В.* Некоторые аппроксимационные свойства обобщенных свободных произведений двух групп // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2012. Вып. 2. С. 115—123.
4. *Линдон Р., Шупп П.* Комбинаторная теория групп. М. : Мир, 1980. 447 с.
5. *Молдаванский Д. И.* Аппроксимируемость конечными p-группами HNN-расширений // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Биология. Химия. Физика. Математика. 2000. Вып. 3. С. 129—140.
6. *Молдаванский Д. И.* Аппроксимируемость конечными p-группами некоторых HNN-расширений групп // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Биология. Химия. Физика. Математика. 2003. Вып. 3. С. 102—116.
7. *Соколов Е. В.* Об отделимости циклических подгрупп свободной группы корневым классом групп // Математика и ее приложения : журн. Иван. мат. о-ва. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2011. Вып. 1 (8). С. 101—104.
8. *Baumslag B., Tretkoff M.* Residual finite HNN-extensions // Comm. Algebra. 1978. Vol. 6. P. 179—194.
9. *Baumslag G.* On the residual finiteness of generalized free products of nilpotent groups // Trans. Amer. Math. Soc. 1963. Vol. 106. P. 193—209.
10. *Karras A., Solitar D.* Subgroups of HNN groups and groups with one defining relation // Can. J. Math. 1971. Vol. 23. P. 627—643.

УДК 512.543

А. В. Розов

ОБ АППРОКСИМИРУЕМОСТИ КОНЕЧНЫМИ *p*-ГРУППАМИ СВОБОДНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ НИЛЬПОТЕНТНЫХ ГРУПП КОНЕЧНОГО РАНГА С ЦЕНТРАЛЬНЫМИ ОБЪЕДИНЕННЫМИ ПОДГРУППАМИ

Получен критерий аппроксимируемости конечными p-группами свободного произведения нильпотентных групп конечного ранга с центральными объединенными подгруппами.

***Ключевые слова*:** нильпотентная группа конечного ранга, центр группы, обобщенное свободное произведение групп, аппроксимируемость конечными p-группами.

The criterion of approximability of free product of nilpotent groups of finite rank with central amalgamated subgroup by finite p-groups was received.

***Key words*:** nilpotent group of finite rank, group center, generalized free product of groups, residually a finite p-group.

1. Введение

Пусть K — некоторый класс групп. Напомним, что группа G называется аппроксимируемой группами из класса K (или, короче, K-аппроксимируемой), если для каждого неединичного элемента x из G существует гомоморфизм группы G на группу из класса K, при котором образ элемента x отличен от единицы. Если F обозначает класс всех конечных групп, то понятие F-аппроксимируемой группы совпадает с классическим понятием финитно аппроксимируемой группы. Наряду с финитной аппроксимируемостью изучается также свойство F_p-аппроксимируемости, где p — простое число, F_p — класс всех конечных p-групп. Здесь будет рассмотрено еще и свойство почти F_p-аппроксимируемости, являющееся промежуточным между финитной аппроксимируемостью и F_p-аппроксимируемостью. Напомним, что группа G называется почти F_p-аппроксимируемой, если она содержит F_p-аппроксимируемую подгруппу конечного индекса.

Перейдем теперь к свободным произведениям с объединенными подгруппами. Пусть A и B — произвольные группы, H и K — подгруппы групп A и B соответственно, φ — изоморфизм подгруппы H на подгруппу K. И пусть

$$G = (A * B;\ H = K, \varphi)$$

— свободное произведение групп A и B с подгруппами H и K, объединенными относительно изоморфизма φ. Напомним, что группа G порождается всеми порождающими групп A и B и определяется всеми определяющими соотношениями этих групп, а также соотношениями вида $h\varphi = h$, где $h \in H$.

Очевидным необходимым условием финитной аппроксимируемости (F_p-аппроксимируемости, почти F_p-аппроксимируемости) группы G является финитная аппроксимируемость (F_p-аппроксимируемость, почти F_p-аппроксимируемость) групп A и B. Несложные примеры показывают, что перечисленные условия не являются достаточными.

Наиболее распространенный подход к изучению финитной аппроксимируемости (F_p-аппроксимируемости, почти F_p-аппроксимируемости) группы G состоит в том, что на свободные множители A и B, помимо условия финитной аппроксимируемости (F_p-аппроксимируемости, почти F_p-аппроксимируемости), накладываются еще некоторые дополнительные условия. Дополнительные ограничения, как правило, накладываются и на объединяемые подгруппы H и K. Примером таких ограничений может служить конечность подгрупп H и K, их цикличность, конечность индексов подгрупп H и K в группах A и B, а также их нормальность в группах A и B соответственно. Ранее нами был получен следующий результат.

Теорема 1 [2]. *Пусть G — свободное произведение финитно аппроксимируемых групп A и B с нормальными объединенными подгруппами H и K, не совпадающими с группами A и B соответственно. Если группы A и B являются разрешимыми группами конечного ранга, то группа G тогда и только тогда финитно аппроксимируема, когда фактор-группы A/H и B/K финитно аппроксимируемы.*

Напомним, что группа G называется группой конечного ранга, если существует целое положительное число r такое, что любая конечно порожденная подгруппа группы G порождается не более чем r элементами.

Заметим, что теорема 1 не может быть распространена с финитной аппроксимируемости на F_p-аппроксимируемость, поскольку даже свободное произведение двух конечных p-групп с нормальными объединенными подгруппами не обязано быть F_p-аппроксимируемой группой. Иначе дело обстоит с почти F_p-аппроксимируемостью. Для свободного произведения нильпотентных групп конечного ранга с нормальными объединенными подгруппами в [4] был получен следующий результат.

Теорема 2. *Пусть G — свободное произведение почти F_p-аппроксимируемых групп A и B с нормальными объединенными подгруппами H и K, не совпадающими с группами A и B соответственно. Если группы A и B являются нильпотентными группами конечного ранга, то группа G тогда и только тогда почти F_p-аппроксимируема, когда фактор-группы A/H и B/K почти F_p-аппроксимируемы.*

Выше говорилось, что теорема 1 не может быть распространена с финитной аппроксимируемости на F_p-аппроксимируемость. Тем не менее, требуя дополнительно от объединяемых подгрупп H и K, чтобы они содержались в центрах групп A и B, мы докажем здесь следующее утверждение.

Теорема 3. *Пусть G — свободное произведение* F_p*-аппроксимируемых групп A и B с центральными объединенными подгруппами H и K, не совпадающими с группами A и B соответственно. Если группы A и B являются нильпотентными группами конечного ранга, то группа G тогда и только тогда* F_p*-аппроксимируема, когда фактор-группы A/H и B/K* F_p*-аппроксимируемы.*

Эта теорема обобщает аналогичный результат, доказанный в работе [5] для частного случая, когда A и B — конечно порожденные нильпотентные группы.

Для доказательства теоремы 3 нам понадобится ряд вспомогательных утверждений.

2. Вспомогательные утверждения

В работе [2, лемма 4] нами был получен следующий результат.

Лемма 1. *Пусть G — нильпотентная группа конечного ранга. Если группа G является расширением конечной группы с помощью финитно аппроксимируемой группы, то группа G финитно аппроксимируема.*

Верно будет и аналогичное утверждение для F_p-аппроксимируемости группы G.

Лемма 2. *Пусть G — нильпотентная группа конечного ранга. Если группа G является расширением конечной p-группы с помощью* F_p*-аппроксимируемой группы, то группа G* F_p*-аппроксимируема.*

Доказательство. Пусть H — конечная нормальная p-подгруппа группы G и фактор-группа G/H F_p-аппроксимируема. Покажем, что группа G F_p-аппроксимирума. Для этого рассмотрим произвольный неединичный элемент g из G и укажем для него гомоморфизм группы G на конечную p-группу, переводящий g в элемент, отличный от 1.

Предположим сначала, что $g \notin H$. Пусть $\varepsilon : G \to G/H$ — естественный гомоморфизм. Тогда $g\varepsilon \neq 1$. Отсюда и из того, что G/H F_p-аппроксимируема, следует, что существует гомоморфизм ρ группы G/H на конечную p-группу такой, что $g\varepsilon\rho \neq 1$. Поэтому $\varepsilon\rho$ — искомый гомоморфизм.

Теперь предположим, что $g \in H$. В силу леммы 1 группа G финитно аппроксимируема. Отсюда и из того, что ее подгруппа H конечна, следует, что существует гомоморфизм ρ группы G на некоторую конечную группу F, инъективный на H. Хорошо известно (см., напр., [3, п. 17.1.4]), что любая конечная нильпотентная группа раскладывается в прямое произведение своих силовских q-подгрупп. Поэтому F раскладывается в прямое произведение вида $F = P \times T$, где P — наибольшая p-подгруппа группы F. Очевидно, что $H\rho \subseteq P$. Рассмотрим проекцию π группы F на ее подгруппу P. Тогда $\rho\pi$ — гомоморфизм группы G на конечную p-группу P, инъективный на H. Поэтому $g\rho\pi \neq 1$. Таким образом, $\rho\pi$ — искомый гомоморфизм. Лемма доказана.

Пусть $G=(A*B;H=K,\varphi)$ — свободное произведение групп A и B с подгруппами H и K, объединенными относительно изоморфизма φ. Хорошо известно, что группы A и B естественным образом вложимы в группу G. Поэтому далее будем считать, что A и B — подгруппы группы G. Тогда $A\cap B=H=K$. Далее для группы G будем использовать более компактное обозначение $G=(A*B,H)$ и называть ее свободным произведением групп A и B с объединенной подгруппой H.

Лемма 3. *Пусть G — свободное произведение F_p-аппроксимируемых групп A и B с конечной объединенной подгруппой H. Если H центральна в группах A и B, то группа G F_p-аппроксимируема.*

Доказательство этого утверждения можно найти в [1, предл. 2.3].

Напомним, что подгруппа H группы G называется F_p-отделимой, если для каждого элемента x группы G, не принадлежащего H, существует гомоморфизм φ группы G на конечную p-группу такой, что $x\varphi\notin H\varphi$. Хорошо известна и легко проверяется следующая связь между понятиями F_p-аппроксимируемой группы и F_p-отделимой подгруппы.

Лемма 4. *Пусть G — группа, H — ее нормальная подгруппа. Подгруппа H F_p-отделима в группе G тогда и только тогда, когда фактор-группа G/H F_p-аппроксимируема.*

3. Доказательство теоремы 3

Пусть G — свободное произведение F_p-аппроксимируемых групп A и B с центральной объединенной подгруппой H, не совпадающей с группами A и B. И пусть A и B — нильпотентные группы конечного ранга. Докажем, что группа G F_p-аппроксимируема тогда и только тогда, когда фактор-группы A/H и B/H F_p-аппроксимируемы.

Пусть фактор-группы A/H и B/H F_p-аппроксимируемы. Докажем, что группа G F_p-аппроксимируема. Для этого достаточно для каждого неединичного элемента g из G указать гомоморфизм группы G на F_p-аппроксимируемую группу, при котором образ g будет отличен от 1.

Рассмотрим сначала случай, когда $g\notin H$. Пусть $\varepsilon: G\to G/H$ — естественный гомоморфизм. Тогда образ элемента g относительно ε отличен от 1. При этом фактор-группа G/H является свободным произведением F_p-аппроксимируемых групп A/H и B/H и поэтому сама F_p-аппроксимируема. Таким образом, ε — искомый гомоморфизм.

Теперь рассмотрим случай, когда $g\in H$. Так как группа H F_p-аппроксимируема, то в ней существует подгруппа N конечного p-индекса, не содержащая элемент g. При этом N нормальна в группе G, поскольку содержится в ее центре. Рассмотрим естественный гомоморфизм

$$\varepsilon : G \to G / N = (A / N * B / N, H / N).$$

Заметим, что группы A/N и B/N являются расширениями конечной p-группы H/N с помощью F_p-аппроксимируемых групп A/H и B/H соответственно. Отсюда и из того, что A/N и B/N — нильпотентные группы конечного ранга, по лемме 2 следует, что они F_p-аппроксимируемы. Таким образом, группа G/N является свободным произведением F_p-аппроксимируемых групп A/N и B/N с конечной центральной объединенной подгруппой H/N. Поэтому из леммы 3 получаем, что группа G/N F_p-аппроксимируема. Остается отметить, что $g\varepsilon \neq 1$ и ε — искомый гомоморфизм.

Докажем теперь необходимость в теореме 3. Пусть группа G F_p-аппроксимируема. Покажем, что группы A/H и B/H F_p-аппроксимируемы. В силу леммы 4 для этого достаточно доказать F_p-отделимость подгруппы H в группах A и B.

Предположим, что подгруппа H не F_p-отделима в группе A. Тогда в группе A существует элемент a, не принадлежащий H и такой, что для каждого гомоморфизма φ группы A на конечную p-группу $a\varphi \in H\varphi$. Зафиксируем элемент b группы B, не принадлежащий H, и рассмотрим коммутатор c элементов a и b, т. е. элемент вида

$$c = [a, b] = a^{-1}b^{-1}ab.$$

Элемент c имеет в группе G несократимую запись длины 4 и поэтому отличен от 1. Отсюда и из того, что G F_p-аппроксимируема, следует, что существует гомоморфизм ψ группы G на конечную p-группу такой, что $c\psi \neq 1$. Из сделанного выше предположения заключаем, что $a\psi \in H\psi$, т. е. $a\psi = h\psi$ для некоторого элемента h группы H. Используя центральность подгруппы H в группе B, получаем:

$$c\psi = [a, b]\psi = [a\psi, b\psi] = [h\psi, b\psi] = [h, b]\psi = 1\psi = 1.$$

Однако раньше было сказано, что $c\psi \neq 1$. Таким образом, подгруппа H F_p-отделима в группе A. Аналогично доказывается F_p-отделимость подгруппы H в группе B. Теорема доказана.

Библиографический список

1. *Азаров Д. Н.* О финитной аппроксимируемости свободных произведений групп с одной объединенной подгруппой // Сиб. мат. журн. 1997. Т. 38, № 1. С. 3—13.

2. *Азаров Д. Н., Розов А. В.* О финитной аппроксимируемости свободного произведения разрешимых групп конечного ранга с нормальными объединенными подгруп-

пами // Вестн. Иван. гос. ун-та. Сер.: Естественные, общественные науки. 2011. Вып. 2. С. 98—103.

3. *Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И.* Основы теории групп. М. : Наука, 1977. 240 с.

4. *Розов А. В.* Некоторые аппроксимационные свойства свободных произведений разрешимых групп конечного ранга с нормальными объединенными подгруппами // Чебышевский сб. Тула, 2012. Т. 13, вып. 1. С. 130—142.

5. *Kim G., Lee Y., McCarron J.* Residual p-finiteness of certain generalized free products of nilpotent groups // Kyoungpook Math. J. 2008. Vol. 48, № 3. P. 495—502.

УДК 512.543

Е. А. Туманова

ОБ АППРОКСИМИРУЕМОСТИ КОНЕЧНЫМИ π-ГРУППАМИ *HNN*-РАСШИРЕНИЙ ГРУПП

Получены некоторые необходимые и достаточные условия аппроксимируемости конечными π-группами *HNN*-расширения, связанные подгруппы которого совпадают и являются нормальными в базовой группе.

Ключевые слова: *HNN*-расширение, аппроксимируемость конечными π-группами.

Some necessary and sufficient conditions of approximability of *HNN*-extensions which associated subgroups are coincident and normal in the basic groups by finite π-groups are obtained.

Key words: *HNN*-extension, residuality by finite π-groups.

Введение

Напомним определения основных понятий, используемых в данной статье.

Пусть π — непустое множество простых чисел. Группа G называется аппроксимируемой конечными π-группами (Φ_{π}-аппроксимируемой), если для любого неединичного элемента $g \in G$ существует гомоморфизм φ группы G на некоторую конечную π-группу такой, что $g\varphi \neq 1$.

Подмножество M группы G отделимо конечными π-группами (Φ_{π}-отделимо) в группе G, если для любого элемента g группы G, не принадлежащего подмножеству M, существует гомоморфизм φ группы G на конечную π-группу такой, что $g\varphi \notin M\varphi$.

Пусть группа G задана представлением $G = \langle a_1, a_2, \ldots, a_n; W\rangle$, в группе G фиксированы две изоморфные подгруппы H и K и некоторый изоморфизм $\varphi : H \to K$. *HNN*-расширением группы G с проходной буквой t и подгруппами H и K, связанными относительно изоморфизма φ, называется группа $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = K, \varphi)$, порождаемая элементами $a_1, a_2, \ldots, a_n$ и еще одним элементом t и определяемая множеством слов W и всевозможными соотношениями вида $t^{-1}ut = u\varphi$, где u — слово от порождающих $a_1, a_2, \ldots, a_n$, определяющее элемент из подгруппы H, и $u\varphi$ — слово от $a_1, a_2, \ldots, a_n$, определяющее элемент из подгруппы K, являющийся φ-образом элемента, определяемого словом u.

В этой статье рассматривается частный случай введенной выше конструкции, когда подгруппы H и K совпадают и, следовательно, φ является автоморфизмом подгруппы H. При таких ограничениях строение группы G^* описывается при помощи конструкций расщепляемого расширения и свободного произведения двух групп с объединенной подгруппой (см. предложение 3), что позволяет использовать доказанные ранее результаты об аппроксимируемости обобщенных свободных произведений групп.

Если Y — нормальная подгруппа некоторой группы X, то ограничение на подгруппу Y любого внутреннего автоморфизма группы X является автоморфизмом группы Y. Множество $\mathrm{Aut}_X(Y)$ всех таких автоморфизмов является подгруппой группы $\mathrm{Aut}\,Y$ всех автоморфизмов группы Y.

Если подгруппа H является нормальной в G, то она нормальна и в группе G^*, поэтому можно рассмотреть подгруппу $\mathrm{Aut}_{G^*}(H)$ группы $\mathrm{Aut}\,H$, которая, как легко видеть, порождается подгруппой $\mathrm{Aut}_G(H)$ и автоморфизмом φ.

Первым из основных результатов работы является

Теорема 1. Пусть G — Φ_{π}-аппроксимируемая группа, H — конечная нормальная подгруппа группы G, φ — некоторый автоморфизм группы H. Группа $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$ Φ_{π}-аппроксимируема тогда и только тогда, когда подгруппа группы $\mathrm{Aut}\,H$, порожденная подгруппой $\mathrm{Aut}_G(H)$ и автоморфизмом φ, является конечной π-группой.

Следствие. Пусть G — Φ_{π}-аппроксимируемая группа, H — конечная циклическая нормальная подгруппа группы G, φ — некоторый автоморфизм группы H. Группа $G^*= (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$ Φ_{π}-аппроксимируема тогда и только тогда, когда порядок автоморфизма φ является π-числом.

Подгруппу R группы G назовем (H, φ)-совместимой, если выполнено равенство $(H \cap R)\varphi = H \cap R$.

Если при этом подгруппа R нормальна в группе G, то отображение $\varphi_R : HR/R \to HR/R$, действующее по правилу $(hR)\varphi_R = (h\varphi)R$, где $h \in H$, определено корректно и является автоморфизмом подгруппы HR/R фактор-группы G/R. Это позволяет построить HNN-расширение

$$G_R^* = (G/R,\ \tau;\ \tau^{-1}HR/R\tau = HR/R,\ \varphi_R).$$

Нетрудно показать, что естественный гомоморфизм $\rho : G \to G/R$ может быть продолжен до гомоморфизма $\rho_R : G^* \to G_R^*$, переводящего t в τ.

При дополнительном предположении о нормальности подгруппы H группы G определим следующую специализацию понятия (H, φ)-совместимой подгруппы. Нормальную подгруппу R группы G назовем (H, φ, π)-совместимой, если:

1) подгруппа R (H, φ)-совместима;
2) индекс подгруппы R в группе G конечен и является π-числом;
3) подгруппа $\mathrm{Aut}_{G_R^*}(HR/R)$ группы $\mathrm{Aut}(HR/R)$, порождаемая подгруппой $\mathrm{Aut}_{G/R}(HR/R)$ и автоморфизмом φ_R, является конечной π-группой.

Теорема 2. Пусть G — некоторая группа, H — нормальная подгруппа группы G, φ — некоторый автоморфизм группы H, $\{R_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ — семейство всех (H, φ, π)-совместимых подгрупп группы G. Тогда

1) если группа $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$ Φ_{π}-аппроксимируема, то семейство $\{R_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ является фильтрацией;

2) если семейство $\{R_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ является H-фильтрацией, то группа $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$ Φ_π-аппроксимируема.

Напомним, что семейство $\{Y_i\}_{i\in I}$ нормальных подгрупп некоторой группы X называется фильтрацией, если $\bigcap_{i\in I} Y_i = 1$. Пусть Z — подгруппа группы X. Фильтрация $\{Y_i\}_{i\in I}$ называется Z-фильтрацией, если $\bigcap_{i\in I} ZY_i = Z$.

Теорема 3. Пусть G — Φ_π-аппроксимируемая группа, H — нормальная подгруппа группы G, φ — автоморфизм группы H, являющийся ограничением на подгруппу H внутреннего автоморфизма группы G. Группа $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$ Φ_π-аппроксимируема тогда и только тогда, когда подгруппа H Φ_π-отделима в группе G.

Теорема 4. Пусть G — Φ_π-аппроксимируемая конечно порожденная нильпотентная группа, H — центральная подгруппа группы G, φ — автоморфизм группы H, порядок которого конечен и является π-числом. Группа $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$ Φ_π-аппроксимируема тогда и только тогда, когда подгруппа H Φ_π-отделима в группе G.

Теорема 5. Пусть G — Φ_π-аппроксимируемая группа, H — нормальная бесконечная циклическая подгруппа группы G, φ — автоморфизм группы H. Если автоморфизм φ является тождественным, то группа $G^* = (G, t; t^{-1}Ht = H, \varphi)$ Φ_π-аппроксимируема тогда и только тогда, когда подгруппа H Φ_π-отделима в группе G. Если автоморфизм φ не является тождественным, то группа $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$ Φ_π-аппроксимируема тогда и только тогда, когда подгруппа H Φ_π-отделима в группе G и множество π содержит число 2.

§ 1. Доказательства теоремы 1 и следствия

Предложение 1. Пусть X — произвольная группа, Y — конечная нормальная подгруппа группы X. Если существует гомоморфизм γ группы X в конечную π-группу, инъективный на Y, то $\mathrm{Aut}_X(Y)$ — конечная π-группа. В частности, если группа X Φ_π-аппроксимируема, то $\mathrm{Aut}_X(Y)$ — конечная π-группа.

Доказательство. Пусть гомоморфизм с требуемыми свойствами существует и пусть N — ядро этого гомоморфизма. Тогда N — нормальная подгруппа конечного π-индекса группы X и $Y \cap N = 1$. Значит, подгруппы Y и N поэлементно перестановочны. Следовательно, N содержится в централизаторе $C_X(Y)$ подгруппы Y группы X. Поэтому $C_X(Y)$ — подгруппа конечного π-индекса группы X. Отсюда и из того, что группа $\mathrm{Aut}_X(Y)$, как легко видеть, изоморфна фактор-группе $X/C_X(Y)$, следует, что $\mathrm{Aut}_X(Y)$ — конечная π-группа. Предложение доказано.

Предложение 2. Пусть X — расщепляемое расширение группы Z при помощи группы Y, $\rho : Y \to \mathrm{Aut}Z$ — сопровождающий гомоморфизм. Пусть также группа $Y\rho$ конечна. Группа X Φ_π-аппроксимируема тогда и только тогда, когда группы Z и Y Φ_π-аппроксимируемы и $Y\rho$ — конечная π-группа.

Доказательство. Докажем достаточность условия. Обозначим через C ядро гомоморфизма ρ. Очевидно, что подгруппа C поэлементно перестановочна с Z. Отсюда следует, что подгруппа CZ нормальна в группе X, поскольку $X = YZ$ и подгруппа C нормальна в группе Y. Из соотношений

$$X/CZ = YZ/CZ = YCZ/CZ \cong Y/(Y \cap CZ) = Y/C \cong Y\rho$$

и из того, что $Y\rho$ — конечная π-группа, получаем, что CZ — нормальная подгруппа конечного π-индекса группы X.

Так как подгруппа C поэлементно перестановочна с Z, то подгруппа CZ является прямым произведением Φ_π-аппроксимируемых групп C, Z и, следовательно, Φ_π-аппроксимируема. Значит, группа X Φ_π-аппроксимируема как расширение Φ_π-аппроксимируемой группы при помощи конечной π-группы [2, лемма 1.5].

Теперь покажем необходимость условия. Из Φ_π-аппроксимируемости расщепляемого расширения X следует Φ_π-аппроксимируемость его подгрупп Z и Y, а также Φ_π-отделимость централизатора $C_X(Z)$. Как уже было отмечено выше, $\mathrm{Aut}_X(Z) \cong X/C_X(Z)$. Поэтому группа $\mathrm{Aut}_X(Z)$ Φ_π-аппроксимируема. Значит, ее подгруппа $Y\rho$ также Φ_π-аппроксимируема. При этом $Y\rho$ конечна, следовательно, она является конечной π-группой. Предложение доказано.

Предложение 3. Пусть G — произвольная группа, H — подгруппа группы G, φ — некоторый автоморфизм группы H. Пусть также A — подгруппа группы $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$, порожденная подгруппой H и элементом t. Тогда

1) подгруппа A является расщепляемым расширением группы H при помощи бесконечной циклической группы, порожденной элементом t, с сопровождающим гомоморфизмом, переводящим t в автоморфизм φ группы H;

2) группа G^* представляет собой свободное произведение своих подгрупп A и G с объединенной подгруппой H.

Доказательство. Пусть H' — изоморфная подгруппе H группа и $\psi : H' \to H$ — изоморфизм. Обозначим через A' расщепляемое расширение группы H' при помощи бесконечной циклической группы, порожденной элементом t', с сопровождающим гомоморфизмом $\rho : t' \to \varphi' = \psi\varphi\psi^{-1}$.

Пусть P — свободное произведение групп A' и G с подгруппами H' и H, объединенными относительно изоморфизма ψ. Нетрудно показать, что с помощью преобразований Тице представление группы P может быть преобразовано в представление группы G^*. При этом элементы подгруппы H' переходят в элементы подгруппы H, а элемент t' — в элемент t. Таким образом, оба утверждения предложения имеют место. Предложение доказано.

Доказательство теоремы 1. Необходимость условия следует из предложения 1, проверим его достаточность.

Обозначим через A подгруппу группы G^*, порожденную подгруппой H и элементом t, и покажем, что она Φ_π-аппроксимируема. Тогда группа G^* будет Φ_π-аппроксимируема в силу теоремы 2 из [1].

Бесконечная циклическая группа $\langle t \rangle$ Φ_π-аппроксимируема для любого множества π простых чисел. В силу предложения 3 образ подгруппы $\langle t \rangle$ относительно сопровождающего гомоморфизма расщепляемого расширения A совпадает с подгруппой $\langle\varphi\rangle$, которая является конечной π-группой. Следовательно, группа A Φ_π-аппроксимируема согласно предложению 2.

Доказательство следствия. Необходимость условия легко следует из теоремы 1, покажем его достаточность.

Заметим, что в силу предложения 1 $\mathrm{Aut}_G(H)$ — конечная π-группа.

Так как H — циклическая группа, то группа ее автоморфизмов абелева. Известно, что подгруппа, порожденная двумя подгруппами в абелевой группе, является их произведением. Следовательно, $\mathrm{Aut}_{G^*}(H)$ совпадает с произведением конечных π-групп $\mathrm{Aut}_G(H)$ и $\langle\varphi\rangle$. Значит, $\mathrm{Aut}_{G^*}(H)$ — конечная π-группа. Тогда ввиду доказанной выше теоремы группа G^* Φ_π-аппроксимируема.

§ 2. Доказательство теоремы 2

Предложение 4. Пусть G — некоторая группа, H — нормальная подгруппа группы G, φ — некоторый автоморфизм группы H. Нормальная подгруппа R группы G является (H, φ, π)-совместимой тогда и только тогда, когда существует нормальная подгруппа N конечного π-индекса группы $G^* = (G, t;\ t^{-1}Ht = H, \varphi)$ такая, что $N \cap G = R$.

Доказательство. Покажем достаточность условия. Пусть N — нормальная подгруппа конечного π-индекса группы G^* такая, что $N \cap G = R$. Тогда подгруппа R имеет конечный π-индекс в группе G.

Так как $t^{-1}Ht = H$ и подгруппа N нормальна в группе G^*, то

$$\begin{aligned}(H \cap R)\varphi &= (H \cap N \cap G)\varphi = (H \cap N)\varphi = \\ &= t^{-1}(H \cap N)t = H \cap N = H \cap N \cap G = H \cap R.\end{aligned}$$

Следовательно, подгруппа R (H, φ)-совместима и определены HNN-расширение $G_R^* = (G/R, \tau;\ \tau^{-1}HR/R\tau = HR/R, \varphi_R)$ и гомоморфизм $\rho_R : G^* \to G_R^*$. Покажем, что группа G_R^* Φ_π-аппроксимируема. Тогда в силу предложения 1 $\mathrm{Aut}_{G_R^*}(HR/R)$ будет конечной π-группой, а R — (H, φ, π)-совместимой подгруппой.

Заметим, что $N\rho_R \cap G/R = 1$. Известно [3], что нормальная подгруппа HNN-расширения, тривиально пересекающаяся с базовой группой, свободна. Следовательно, группа $N\rho_R$ Φ_π-аппроксимируема для любого множества π простых чисел. Значит, группа G_R^* Φ_π-аппроксимируема как расширение Φ_π-аппроксимируемой группы $N\rho_R$ при помощи конечной π-группы $G\rho_R / N\rho_R \cong G/N$ [2, лемма 1.5].

Проверим необходимость условия. Пусть R — (H, φ, π)-совместимая подгруппа группы G. Тогда, как и выше, можем построить HNN-расширение $G_R^* = (G/R, \tau;\ \tau^{-1}HR/R\tau = HR/R, \varphi_R)$ и гомоморфизм ρ_R: $G^* \to G_R^*$. Легко видеть, что из (H, φ, π)-совместимости подгруппы R группы G в силу теоремы 1 следует Φ_π-аппроксимируемость HNN-расширения G_R^*.

Так как G/R — конечная подгруппа Φ_π-аппроксимируемой группы G_R^*, то существует подгруппа M конечного π-индекса группы G_R^* такая, что $M \cap G/R = 1$. Обозначим через N прообраз подгруппы M относительно гомоморфизма ρ_R. Тогда N — нормальная подгруппа конечного π-индекса группы G^* и $N \cap G = R$. Предложение доказано.

Доказательство теоремы 2. Покажем справедливость необходимого условия. Пусть g — произвольный неединичный элемент группы G. Тогда он отличен от единицы и в группе G^*. Группа G^* Φ_π-аппроксимируема, следовательно, в ней найдется нормальная подгруппа N конечного π-индекса, не содержащая элемент g. Обозначим $N \cap G$ через R. Тогда $g \notin R$ и в силу предложения 4 подгруппа R (H, φ, π)-совместима в группе G.

Таким образом, если группа G^* Φ_π-аппроксимируема, то семейство $\{R_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ всех (H, φ, π)-совместимых подгрупп группы G является фильтрацией.

Проверим справедливость достаточного условия. Пусть g — произвольный неединичный элемент группы G^*. Найдем (H, φ, π)-совместимую подгруппу R группы G такую, что образ элемента g относительно гомоморфизма ρ_R отличен от единицы в группе G_R^*. Тогда группа G_R^* будет Φ_π-аппроксимируема в силу теоремы 1 и гомоморфизм ρ_R удастся продолжить до гомоморфизма группы G^* на конечную π-группу, переводящего g в элемент, не равный единице.

Возможны два случая: $g \in G$ и $g \notin G$. В первом случае существование искомой подгруппы следует из того, что $\{R_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ — фильтрация.

Пусть теперь $g \notin G$. Зафиксируем некоторую его приведенную запись

$$g = g_0 t^{\varepsilon_1} g_1 t^{\varepsilon_2} g_2 \ldots g_{n-1} t^{\varepsilon_n} g_n, \text{ где } n > 0.$$

Так как $\{R_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ — H-фильтрация, то для каждого g_i такого, что $1 \le i \le n-1$ и $\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1} = 0$, найдется $\lambda_i \in \Lambda$, удовлетворяющее условию $g \notin HR_{\lambda_i}$. Согласно предложению 4 для всякого $\lambda_i \in \Lambda$ существует нормальная подгруппа N_{λ_i} конечного π-индекса группы G^* такая, что $N_{\lambda_i} \cap G = R_{\lambda_i}$. Положим $N = \bigcap_{\lambda_i} N_{\lambda_i}$ и $R = N \cap G$. Тогда снова по предложению 4 подгруппа R группы G (H, φ, π)-совместима.

В силу выбора подгрупп R_{λ_i} и соотношения $R = \bigcap_{\lambda_i} R_{\lambda_i}$ запись

$$g\rho_R = g_0 R \tau^{\varepsilon_1} g_1 R \tau^{\varepsilon_2} g_2 R \ldots g_{n-1} R \tau^{\varepsilon_n} g_n R$$

элемента $g\rho_R$ является приведенной в группе G_R^* и имеет длину, большую 1. Следовательно, $g\rho_R$ отличен от единицы в группе G_R^*. Таким образом, подгруппа R является искомой. Теорема доказана.

§ 3. Доказательства теорем 3—5

Доказательство теоремы 3. Пусть φ — ограничение на подгруппу H внутреннего автоморфизма группы G, порожденного элементом g_0 группы G.

Для проверки достаточности условия покажем, что в данном случае семейство всех (H, φ, π)-совместимых подгрупп группы G совпадает с семейством всех нормальных подгрупп конечного π-индекса группы G.

Так как группа G Φ_π-аппроксимируема и подгруппа H Φ_π-отделима в ней, то последнее семейство является H-фильтрацией. Поэтому группа G^* будет Φ_π-аппроксимируема в силу теоремы 2.

Пусть N — произвольная нормальная подгруппа конечного π-индекса группы G. (H, φ)-совместимость подгруппы N следует из нормальности подгрупп H и N в группе G. Справедливость второго условия из определения (H, φ, π)-совместимой подгруппы очевидна.

Проверим выполнимость третьего условия. Заметим, что автоморфизм φ_N является ограничением внутреннего автоморфизма группы G/N, порожденного элементом g_0N, на подгруппу HN/N. Поэтому $\varphi_N \in \mathrm{Aut}_{G/N}(HN/N)$. Значит, группы $\mathrm{Aut}_{G_N^*}(HN/N)$ и $\mathrm{Aut}_{G/N}(HN/N)$ совпадают. В силу предложения 1 $\mathrm{Aut}_{G/N}(HN/N)$ — конечная π-группа. Следовательно, подгруппа N (H, φ, π)-совместима.

Необходимость условия теоремы будем доказывать от противного. Предположим, что подгруппа H не является Φ_π-отделимой в группе G. Тогда существует элемент g группы G, не принадлежащий подгруппе H, такой, что для любой нормальной подгруппы N конечного π-индекса группы G справедливо включение $g \in HN$.

Рассмотрим элемент $u = t^{-1}g^{-1}t\,g_0^{-1}gg_0$ группы G^*. Так как $g^{-1} \notin H$, то элемент u имеет приведенную запись длины 2, следовательно, отличен от единицы. Пусть M — произвольная нормальная подгруппа конечного π-индекса группы G^*. Обозначим $M \cap G$ через N. Тогда N — нормальная подгруппа конечного π-индекса группы G и, следовательно, $g \in HN$, т. е. для некоторого элемента h подгруппы H выполнено сравнение $h \equiv g \pmod N$. Значит, $h \equiv g \pmod M$. Тогда $t^{-1}g^{-1}t\,g_0^{-1}gg_0 \equiv t^{-1}h^{-1}t\,g_0^{-1}hg_0 \pmod M$. Заметим, что $t^{-1}h^{-1}t = (h^{-1})\varphi = g_0^{-1}h^{-1}g_0$. Следовательно, $u \equiv g_0^{-1}h^{-1}g_0\,g_0^{-1}hg_0 = 1 \pmod M$, что противоречит Φ_π-аппроксимируемости группы G^*.

Значит, подгруппа H Φ_π-отделима в группе G. Теорема доказана.

Доказательство теоремы 4. Согласно предложению 3 подгруппа A, порожденная подгруппой H и элементом t, является расщепляемым расширением группы H при помощи бесконечной циклической группы с порождающим элементом t. В силу предложений 2 и 3 группа A Φ_π-аппроксимируема.

Фактор-группа A/H изоморфна бесконечной циклической группе, порожденной элементом t, следовательно, она Φ_{π}-аппроксимируема. Значит, подгруппа H Φ_{π}-отделима в группе A.

Таким образом, если подгруппа H совпадает с группой G, то она Φ_{π}-отделима в G, а группа G^* совпадает с A и потому Φ_{π}-аппроксимируема. В противном случае утверждение теоремы следует из теоремы 3 статьи [1]. Теорема доказана.

Доказательство теоремы 5. Первое утверждение теоремы следует из теоремы 3. Покажем справедливость второго утверждения.

Как и при доказательстве теоремы 3, для проверки достаточности условия покажем, что в данном случае семейство $\{R_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ всех (H, φ, π)-совместимых подгрупп группы G совпадает с семейством всех нормальных подгрупп конечного π-индекса группы G. Тогда Φ_{π}-аппроксимируемость группы G^* будет следовать из теоремы 2.

Пусть N — произвольная нормальная подгруппа конечного π-индекса группы G. (H, φ)-совместимость подгруппы N следует из того, что автоморфизм φ переводит каждую подгруппу группы H в себя. Справедливость второго условия из определения (H, φ, π)-совместимой подгруппы очевидна.

Проверим выполнимость третьего условия. Так как H — циклическая группа, то фактор-группа HN/N также является циклической. Следовательно, $\mathrm{Aut}(HN/N)$ — абелева группа и ее подгруппа $\mathrm{Aut}_{G_N^*}(HN/N)$, порождаемая подгруппами $\mathrm{Aut}_{G/N}(HN/N)$ и $\langle\varphi_N\rangle$, является их произведением. В силу предложения 1 $\mathrm{Aut}_{G/N}(HN/N)$ — конечная π-группа. Так как порядок автоморфизма φ_N равен 2 и число 2 содержится в множестве простых чисел π, то $\langle\varphi_N\rangle$ — также конечная π-группа. Тогда $\mathrm{Aut}_{G_N^*}(HN/N)$ — конечная π-группа как произведение двух конечных π-групп $\mathrm{Aut}_{G/N}(HN/N)$ и $\langle\varphi_N\rangle$. Следовательно, подгруппа N (H, φ, π)-совместима.

Проверим необходимость условия. В силу предложения 3 подгруппа $A = H\langle t\rangle$ является расщепляемым расширением группы H при помощи бесконечной циклической группы, порожденной элементом t, с сопровождающим гомоморфизмом, переводящим t в автоморфизм φ группы H. Поэтому согласно предложению 2 подгруппа $\langle\varphi\rangle$ является конечной π-группой. При этом порядок автоморфизма φ равен 2, следовательно, множество простых чисел π содержит число 2.

Предположим теперь, что подгруппа H не является Φ_{π}-отделимой в группе G. Тогда существует элемент g группы G, не принадлежащий подгруппе H, такой, что для любой нормальной подгруппы N конечного π-индекса группы G справедливо включение $g \in HN$.

Рассмотрим элемент $u = [t^{-1}gt, g] = t^{-1}g^{-1}tg^{-1}t^{-1}gtg$ группы G^*. Поскольку $g^{-1} \notin H$, u имеет приведенную запись длины 4, следовательно, отличен от единицы. Пусть M — произвольная нормальная подгруппа конечного π-индекса группы G^*. Обозначим $M \cap G$ через N. Тогда N — нормальная подгруппа конечного π-индекса группы G, и, следовательно, для некоторого элемента h подгруппы H выполнено сравнение $h \equiv g \pmod N$. Значит, $h \equiv g$ $\pmod M$. Тогда $[t^{-1}gt, g] \equiv [t^{-1}ht, h] \equiv [h', h] \pmod M$ для некоторого элемента

h' подгруппы H. Так как H — абелева группа, то $[h', h] = 1$. Следовательно, $u \equiv 1 \pmod M$, что противоречит Φ_π-аппроксимируемости группы G^*.

Значит, подгруппа H Φ_π-отделима в группе G. Теорема доказана.

Библиографический список

1. *Туманова Е. А.* Об аппроксимируемости конечными группами обобщенных свободных произведений групп // Чебышевский сб. Тула, 2012. Т. 13, вып. 1. С. 150—152.
2. *Grunberg K. W.* Residual properties of infinite soluble groups // Proc. Lond. Math. Soc. 1957. Vol. 7. P. 29—62.
3. *Karras A., Solitar D.* Subgroups of HNN groups and groups with one defining relation // Can. J. Math. 1971. Vol. 23. P. 627—643.

УДК 513.64

С. И. Хашин

КРАТНЫЕ МНОЖИТЕЛИ ПСЕВДОПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Доказываются свойства кратных множителей псевдопростых чисел. Основные результаты работы — теоремы 3, 4, 5. При практических вычислениях большой интерес могут представлять таблицы 1 и 2.

***Ключевые слова*:** псевдопростые числа, кратные множители.

The properties of the multiple factors of pseudoprime numbers are proved. The main results are theorems 3,4,5. Tables 1 and 2 are of great interest in practical calculations.

***Key words*:** pseudoprime numbers, multiple factors.

1. Введение

Одной из важнейших задач в теории чисел является проверка простоты числа. В настоящее время разработано множество самых разнообразных алгоритмов таких проверок [3, 4, 5, 6]. Если рассматриваемое число достаточно велико, например больше 10^{20}, то все эти методы дают лишь вероятностный ответ: число может оказаться гарантированно составным или «вероятно простым», т. е. каждый из этих методов может принять некоторое составное число за простое, но не наоборот. Такие числа называются псевдопростыми, с различными модификациями. Наиболее простой, популярный, хорошо изученный и довольно эффективный метод основан на малой теореме Ферма.

Определение 1. Составное число n называется псевдопростым по основанию a, если

$$a^{n-1} \equiv 1 \bmod n.$$

Псевдопростые числа по различным основаниям хорошо изучены. Например, имеется полный список [7] всех пседопростых по основанию 2 чисел, меньших 2^{64}, всего 118 968 378. Также можно выписать все числа, меньшие 2^{32}, псевдопростые одновременно по основаниям 2 и 3. Их оказывается 103:

1373653	1530787	1987021	2284453	3116107
5173601	6787327	11541307	13694761	15978007
16070429	16879501	25326001	27509653	27664033
28527049	54029741	61832377	66096253	74927161
80375707	101649241	102690677	105919633	106485121
117987841	143168581	154287451	161304001	193949641
206304961	218642029	223625851	247318957	252853921
259765747	275619961	314184487	326695141	390612221
393611653	489994201	540654409	572228929	579606301
581618143	682528687	717653129	745745461	787085857
846961321	871157233	927106561	938376181	960946321
979363153	981484561	1028494429	1157839381	1168256953
1236313501	1463178817	1481626513	1518290707	1521221473
1538012449	1638294661	1854940231	1856689453	1860373241
1909566073	1921309633	1991063449	1995830761	2057835781
2117555641	2217879901	2284660351	2311558021	2323147201
2412172153	2431144801	2626783921	2693739751	2736316301
2781117721	2837917633	3028586471	3056100623	3215031751
3299246833	3344191241	3407772817	3513604657	3697278427
3708905341	3863326897	3867183937	4060942381	4079665633
4117447441	4275011401	4277526901.		

С помощью этого перечня можно осуществить уже не вероятностную, а точную проверку простоты чисел в пределах до 2^{32}.

2. Кратные множители

Несмотря на большое количество исследований, в этой области остается еще много неизученных вопросов. Один из них — кратные множители псевдопростых чисел.

Определение 2. Обозначим через ord(a, p) порядок a в мультипликативной группе Z_p^*.

Следующее утверждение легко выводится из хорошо известных фактов теории чисел [1, 2].

Теорема 1. Пусть p простое, a не делится на p и b=ord(a, p). Тогда ord(a, p^k) равно bp^s, $s=0,\dots, k-1$.

Доказательство. Ядро естественного гомоморфизма мультипликативных групп

$$\varphi: Z_{p^k}^* \to Z_p^*$$

имеет порядок p^{k-1}. Отношение порядков ord(a, p^k)/ord(a, p) равно порядку некоторой подгруппы в этом ядре, поэтому имеет вид p^s для некоторого $s=0, \dots, k-1$.

Следующая теорема в немного другой форме доказана в [4].

Теорема 2. Пусть $n=p^kq$ псевдопростое по основанию a. Тогда $p^2, \ldots, p^k$ псевдопросты по основанию a.

Доказательство. Мы имеем: $a^{n-1} \equiv 1 \bmod p^kq$. Поэтому ord($a,n$) является делителем n–1 и, следовательно, взаимно просто с n, а значит, и с p. Так как число ord(a, p^k) является делителем ord(a, n), то оно также будет взаимно просто с p. Поэтому из предыдущей теоремы следует, что ord(a, p^k)=ord(a, p) — делитель p–1 и $a^{p-1} \equiv 1 \bmod p^k$. Тогда $a^{pk-1} \equiv 1 \bmod p^k$, т. е. $p^2, \ldots, p^k$ псевдопросты по основанию a.

Простые числа p, для которых $2^p \equiv 2 \bmod p^2$, играют важную роль и в других разделах теории чисел. Например, в книге [1, с. 252], указано, что «в 1909 г. Виферих доказал, что первый случай теоремы Ферма справедлив для всех тех простых l, для которых $2^{l-1} \neq 1 \bmod l^2$. <…> Среди простых чисел $l<6\cdot 10^9$ только два числа: 1093 и 3511 — удовлетворяют этому сравнению». Чуть дальше отмечается: «Числа 1093 и 3511 в двоичной системе счисления имеют запись

$$1092 = 0100\ \ 0100\ \ 0100, \qquad 3511 = 110\ 110\ 110\ 110.$$

В обоих случаях мы видим загадочную закономерность в расположении двоичных знаков. Не имеет ли связи этот феномен с тем, что простые числа l=1093 и l=3511 удовлетворяют сравнению $2^{l-1} \equiv 1 \bmod l^2$?» [там же].

Найдем все такие пары (a, p), что $a^{p-1} \equiv 1 \bmod p$ для a=2, …, 127 и $p<10^{10}$. Их оказалось 212 (табл. 1).

С помощью дополнительных вычислений можно проверить, что нет других пар вида (2, p) при $p<758\cdot 10^9$, вида (3, p) при $p<681\cdot 10^9$ и вида (5, p) при $p<40\cdot 10^9$.

Наименьшее число a, при котором не существует указанных пар (a, p) при $p<5\cdot 10^9$, это 21. Конечно, вряд ли стоит ожидать, что таких пар нет ни для каких p, скорее всего, это лишь вопрос объема вычислений. Тем не менее у нас нет и никаких оснований считать, что такие пары существуют для всех a.

С другой стороны, для каждого простого p существует достаточно много подходящих a, правда, они равномерно расположены на отрезке 0 … p^2. Это показывает следующая теорема.

Таблица 1

a	p	a	p	a	p	a	p
2	1093	25	53471161	62	1291	93	81551
2	3511	25	1645333507	63	36713	94	241
3	11	25	6692367337	63	401771	94	32143
3	1006003	26	71	64	1093	94	463033
4	1093	26	486999673	64	3511	95	2137
4	3511	26	6695256707	65	163	95	15061
5	20771	27	1006003	66	89351671	96	109
5	40487	30	160541	67	268573	96	5437
5	53471161	31	79	68	113	96	8329
5	1645333507	31	6451	68	2741	96	12925267
5	6692367337	31	2806861	69	223	97	2914393
6	66161	32	1093	69	631	98	28627
6	534851	32	3511	69	2503037	98	61001527
6	3152573	33	233	70	142963	100	487
7	491531	33	47441	71	331	100	56598313
8	1093	33	9639595369	75	347	101	1050139
8	3511	35	1613	75	31247	102	7559
9	11	35	3571	76	1109	102	11813
9	1006003	36	66161	76	9241	102	139409857
10	487	36	534851	76	661049	103	24490789
10	56598313	36	3152573	77	32687	104	313
11	71	37	77867	78	151	104	237977
12	2693	38	127	78	181	105	7669
12	123653	39	8039	78	1163	106	79399
13	863	40	307	78	56149	106	672799
13	1747591	40	66431	78	4229335793	107	613181
14	29	41	1025273	79	263	108	3761
14	353	41	138200401	79	3037	108	10271
14	7596952219	43	103	79	1012573	108	1296018233
15	29131	44	229	79	60312841	109	20252173
16	1093	44	5851	80	6343	110	5381
16	3511	45	1283	81	1006003	110	9431
17	46021	45	131759	83	4871	111	131
17	48947	45	157635607	83	13691	112	1037888513
18	37	46	829	83	315746063	114	9181
18	331	48	257	84	163	115	2743780307
18	33923	49	491531	84	653	117	182111
18	1284043	52	461	84	20101	118	3152249
19	43	52	1228488439	85	11779	118	10404887
19	137	53	59	86	68239	119	1741
19	63061489	53	97	86	6232426549	120	653
20	281	54	1949	87	1999	120	2074031
20	46457	55	30109	87	48121	120	124148023
20	9377747	55	7278001	88	2535619637	122	2791
20	122959073	56	647	90	6590291053	123	34849
22	673	56	7079771	91	293	124	22511
22	1595813	57	47699	92	727	125	20771
22	492366587	57	86197	92	383951	125	40487
23	2481757	58	131	92	12026117	125	53471161
23	13703077	58	42250279	92	18768727	125	1645333507
24	25633	59	2777	92	1485161969	125	6692367337
25	20771	60	9566295763	93	509	127	907
25	40487	62	127	93	9221	127	13778951

Теорема 3. Пусть p простое и a не делится на p. Тогда среди чисел

$$a, a+p, a+2p, \ldots, a+(p-1)p$$

ровно одно является псевдопростым по модулю p^2.

Доказательство. Рассмотрим многочлен $f(x)=x^p-x \bmod p^2$. Тогда

$$f(x+kp) \equiv f(x) - k\,p \bmod p^2 .$$

Так как $f(x)\equiv 0 \bmod p$, то $f(x) \equiv bp \bmod p^2$ для некоторого b. Поэтому $f(x+bp) \equiv 0 \bmod p^2$. Из этого же следует и единственность такого k.

Следствие 1. Для каждого простого p существует ровно $p-1$ число, псевдопростое по модулю p^2.

3. НОД чисел вида x^n-x

При нахождении пар (a, p), удовлетворяющих соотношению $a^{p-1} \equiv 1 \bmod p^2$, важную роль играет многочлен x^n-x. Согласно малой теореме Ферма, для всех x число x^n-x делится на n, т. е. многочлен $(x^n-x)/n$ принимает только целые значения. На самом деле значения многочлена x^n-x имеют и другие делители, общие для всех x.

Определение 3. Для натурального $n>1$ обозначим через $R(n)$ наибольший общий делитель чисел x^n-x при всех $x \in Z$.

При $n=2$ $x^2-x=x(x-1)$ и $R(2)=2$.

При $n=3$ $x^3-x=x(x-1)(x+1)$ и $R(3)=6$.

При $n=4$ $x^4-x=x(x-1)(x^2+x+1)$ и $R(4)=2$.

Несколько более детальные рассмотрения показывают, что $R(5)=30$.

Очевидно, что $R(n)$ делится на k тогда и только тогда, когда

$$x^n-x \equiv 0 \bmod k .$$

Кроме того, $R(n)$ четно для всех $n>1$.

Теорема 4. $R(n)$ не делится на p^2, где p простое, ни при каком n.

Другими словами, число $R(n)$ не имеет кратных простых множителей ни при каком n.

Доказательство. Так как $p^n-p \equiv p \bmod p^2$, то p^n-p не делится на p^2 и, следовательно, $R(n)$ тоже не делится на p^2.

Теорема 5. $R(n)$ делится на простое p тогда и только тогда, когда $n-1$ делится на $p-1$.

Доказательство. Пусть $n-1$ делится на $p-1$. Так как для всех ненулевых a $\in Z_p$ выполнено $a^{p-1}\equiv 1 \bmod p$, то и $a^{n-1} \equiv 1 \bmod p$. Поэтому $x^n \equiv x \bmod p$ для всех $x \in Z$, т. е. $R(n)$ делится на p.

Обратно, пусть $x^n \equiv x \bmod p$ для всех $x \in Z$. Возьмем a — первообразный корень по модулю p. Тогда $a^k \equiv 1 \bmod p$ тогда и только тогда, когда k делится на $p-1$. Следовательно, $n-1$ должно делиться на $p-1$.

Следствие 2. $R(2k) = 2$.

Доказательство. Если p нечетный простой делитель $R(2k)$, то $2k–1$ должно делиться на $p–1$, что невозможно.

Следствие 3. $R(n)$ является произведением всех простых p таких, что $n–1$ делится на $p–1$.

Это следствие дает простой и эффективный способ вычисления $R(n)$.

Приведем теперь значения функции $R(n)$ для нечетных $n<100$ (табл. 2).

Таблица 2

n	*R*(*n*)	*n*	*R*(*n*)	*n*	*R*(*n*)
3	6	37	6*5*7*13*19*37	71	6*11*71
5	6*5	39	6	73	6*5*7*13*19*37*73
7	6*7	41	6*5*11*41	75	6
9	6*5	43	6*7*43	77	6*5
11	6*11	45	6*5*23	79	6*7*79
13	6*5*7*13	47	6*47	81	6*5*11*17*41
15	6	49	6*5*7*13*17	83	6*83
17	6*5*17	51	6*11	85	6*5*7*13*29*43
19	6*7*19	53	6*5*53	87	6
21	6*5*11	55	6*7*19	89	6*5*23*89
23	6*23	57	6*5*29	91	6*7*11*19*31
25	6*5*7*13	59	6*59	93	6*5*47
27	6	61	6*5*7*11*13*31*61	95	6
29	6*5*29	63	6	97	6*5*7*13*17*97
31	6*7*11*31	65	6*5*17	99	6
33	6*5*17	67	6*7*23*67		
35	6	69	6*5		

Библиографический список

1. *Боревич З. И., Шафаревич И. Р.* Теория чисел. М. : Наука, 1985. 510 с.
2. *Хассе Г.* Лекции по теории чисел. М. : Изд-во иностр. лит., 1953. 520 с.
3. *Crandall R. E., Pomerance C.* Prime Numbers: a Computational Perspective. 2nd ed. New York, etc. : Springer, 2005. 597 p.
4. *Jameson G. J. O.* Carmichael Numbers and Pseudoprimes / Lancaster Univ. UK. 2010. URL: http://www.maths.lancs.ac.uk/~jameson/carpsp.pdf (дата обращения: 29.03.2013).
5. *Lehmer D. H.* On Fermat's quotient, base two // Math. Comput. 1981. Vol. 36, № 153. P. 289—290.
6. *Ribenboim P.* My Numbers, My Friends : Popular Lectures on Number Theory. Berlin, etc. : Springer, 2000. 392 p.
7. Tables of Pseudoprimes and Related Data. URL: http://www.cecm.sfu.ca/Pseudoprimes/index-2-to-64.html (дата обращения: 29.03.2013).

УДК 512.54

Н. И. Яцкин

СТАТЬЯ О СТАТЬЕ
(Околоматематические размышления о научной судьбе известной работы академика А. И. Мальцева «О гомоморфизмах на конечные группы»)

Прослеживаются некоторые аспекты научной судьбы одной из самых известных работ академика А. И. Мальцева «О гомоморфизмах на конечные группы». Впервые она была опубликована в 1958 г. в «Ученых записках» Ивановского государственного педагогического института.

Ключевые слова: научная публикация, цитирование, математическое сообщество, теория групп.

The article analyzes some aspects of the scientific fate of one of the most famous works by academician A. I. Maltsev «On homomorphisms onto finite groups». For the first time this work was published in 1958 in Ivanovo State Pedagogical Institute Scientific Memoirs.

Key words: scientific publications, citations, mathematical community, group theory.

Осенью 1941 г. в издательстве Ивановского государственного педагогического института вышел первый выпуск «Ученых записок ИГПИ», подготовленный редакционной комиссией физико-математического факультета под председательством доцента А. И. Мальцева (рис. 1). Автор фундаментального исторического исследования «Ивановский государственный университет, 1918—2003 годы. Очерки истории» К. Е. Балдин пишет ([2, с. 155]): «*Характерно, что первый выпуск “Ученых записок” педагогического института вышел в самый трудный для вуза период*». Да, именно — «характерно». В самый трудный период — *для страны*. Не собирался Советский Союз проигрывать войну. В тяжелую и, казалось бы, безысходную пору руководство СССР думало и о народном просвещении, и о высшем образовании, и о науке, без которых будущего у *державы* не могло быть.

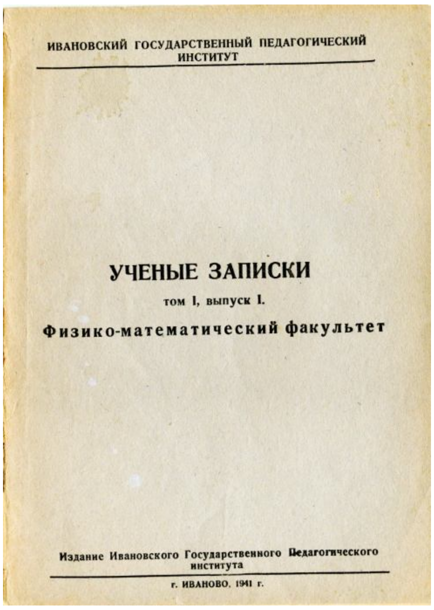
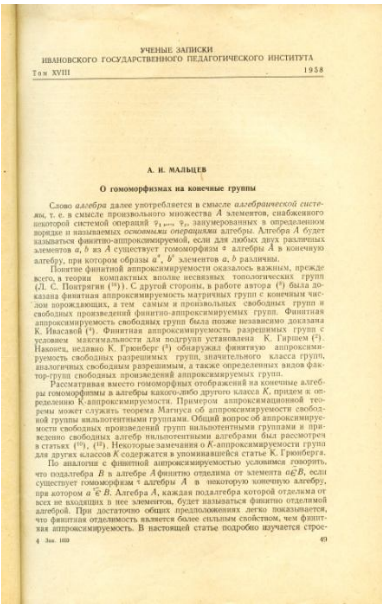


Рис. 1. Обложка вып. 1 «Ученых записок ИГПИ», 1941 г.

Тоненькая тетрадка «Ученых записок» открывалась статьей Анатолия Ивановича Мальцева [9] (см. также: [7, т. 1, с. 78—83]), оказавшейся впоследствии в числе наиболее популярных и часто цитируемых работ выдающегося отечественного математика. Однако нам хотелось бы остановиться на судьбе другого, не менее знаменитого сочинения А. И. Мальцева, также опубликованного в «Ученых записках ИГПИ», но семнадцать лет спустя, в 1958 г., когда Анатолий Иванович уже был избран действительным членом АН СССР и получил приглашение переехать в новосибирский наукоград. Речь пойдет о статье «О гомоморфизмах на конечные группы» [8] (см. также: [7, т. 1, с. 450—464], английский перевод [15]) (рис. 2, 3).



УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ
ИВАНОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Том XVIII 1958

А. И. МАЛЬЦЕВ

О гомоморфизмах на конечные группы

Слово *алгебра* далее употребляется в смысле *алгебраической системы*, т. е. в смысле произвольного множества A элементов, снабженного некоторой системой операций $\varphi_1, \ldots, \varphi_s$, занумерованных в определенном порядке и называемых *основными операциями* алгебры. Алгебра A будет называться финитно-аппроксимируемой, если для любых двух различных элементов a, b из A существует гомоморфизм α алгебры A в конечную алгебру, при котором образы a^α, b^α элементов a, b различны.

Понятие финитной аппроксимируемости оказалось важным, прежде всего, в теории компактных вполне несвязных топологических групп (Л. С. Понтрягин ([16])). С другой стороны, в работе автора ([8]) была доказана финитная аппроксимируемость матричных групп с конечным числом порождающих, а тем самым и произвольных свободных групп и свободных произведений финитно-аппроксимируемых групп. Финитная аппроксимируемость свободных групп была позже независимо доказана К. Ивасавой ([4]). Финитная аппроксимируемость разрешимых групп с условием максимальности для подгрупп установлена К. Гиршем ([2]). Наконец, недавно К. Грюнберг ([3]) обнаружил финитную аппроксимируемость свободных разрешимых групп, значительного класса групп, аналогичных свободным разрешимым, а также определенных видов фактор-групп свободных произведений аппроксимируемых групп.

Рассматривая вместо гомоморфных отображений на конечные алгебры гомоморфизмы в алгебры какого-либо другого класса K, придем к определению K-аппроксимируемости. Примером аппроксимационной теоремы может служить теорема Магнуса об аппроксимируемости свободной группы нильпотентными группами. Общий вопрос об аппроксимируемости свободных произведений групп нильпотентными группами и приведенно свободных алгебр нильпотентными алгебрами был рассмотрен в статьях ([10]), ([12]). Некоторые замечания о K-аппроксимируемости групп для других классов K содержатся в упоминавшейся статье К. Грюнберга.

По аналогии с финитной аппроксимируемостью условимся говорить, что подалгебра B в алгебре A финитно отделима от элемента $a \bar{\in} B$, если существует гомоморфизм τ алгебры A в некоторую конечную алгебру, при котором $a^\tau \bar{\in} B$. Алгебра A, каждая подалгебра которой отделима от всех не входящих в нее элементов, будет называться финитно отделимой алгеброй. При достаточно общих предположениях легко показывается, что финитная отделимость является более сильным свойством, чем финитная аппроксимируемость. В настоящей статье подробно изучается строе-

4 Зак. 1033 49

Рис. 2. Первая страница статьи А. И. Мальцева [8], 1958 г.

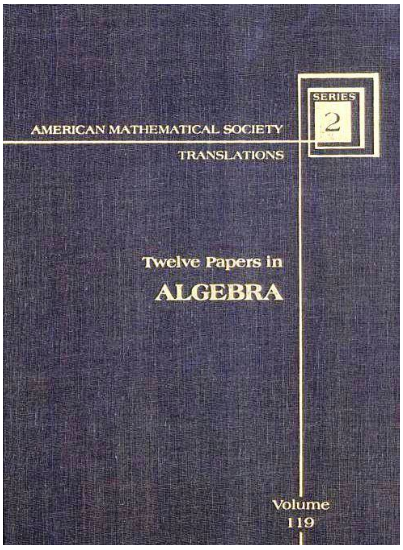


Рис. 3. Обложка т. 119 переводов Американского математического общества, 1983 г., включающего перевод [15] статьи А. И. Мальцева [8]

Это его исследование, безусловно, опередило свое время и на долгие годы определило важнейший тренд в развитии *абстрактной алгебры* и (в частности и в особенности) — в *теории групп*. Подчеркнем тот факт, что публикацию одного из самых значимых своих трудов Анатолий Иванович доверил провинциальному вузовскому изданию.

Страна-победитель набирала темп; наука в державе развивалась — в интересах народа и народного хозяйства самой этой державы. Погоня за международными рейтингами еще не скоро будет поставлена во главу угла; *индекс Хирша* и *импакт-фактор* еще не изобретены. Отечественные ученые пока не перешли на *английский язык*. Наоборот, зарубежные коллеги-конкуренты пристально отслеживают все советские научные издания, многие из которых *переводятся*, полностью или частично.

Случай со статьей [8] в этом отношении очень показателен. На протяжении первых трех десятилетий после публикации важность данной работы стала очевидной для мировой «алгебраической общественности». Для англоязычных математиков потребовался перевод. И он был сделан Американским математическим обществом в 1983 г. [15] (рис. 3). Разумеется, это привело к еще более значительному росту количества цитирований.

Нами была предпринята попытка оценить количественные и качественные характеристики публикаций, ссылающихся на работу [8] или ее перевод [15], с помощью *свободно доступной библиографической базы данных и поисковой системы* Google Scholar. Было получено 232 результата за период по 2012 г. включительно (данные сведены в табл.). Нет никаких сомнений,

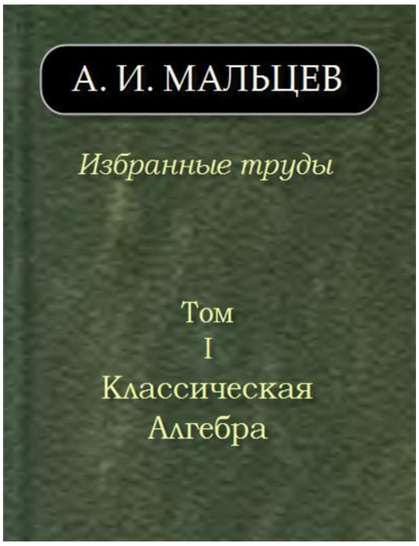


Рис. 4. Обложка т. 1 «Классическая алгебра» двухтомного издания «Избранных трудов» А. И. Мальцева [7], 1976 г., включающего статью [8]

что реальное количество ссылок, как минимум, на порядок выше (Scholar не указывает некоторые хорошо известные специалистам цитирования, причем не только в статьях, но и в монографической литературе; кроме того, иногда практикуются отсылки не к первоисточнику [8], а к двухтомному изданию (рис. 4) избранных трудов А. И. Мальцева [7].

Однако любопытна не только количественная сторона процесса, но и его *динамика*: в начале XXI в. наблюдается резкий скачок интереса к публикации середины XX в. По-видимому, таковы особенности развития позитивного научного знания, и, скорее всего, эти особенности не могут быть учтены ни одним статистическо-бюрократическим алгоритмом регистрации научных достижений.

Динамика цитирования статьи А. И. Мальцева [8] и ее перевода [15]

	1960—1969	1970—1979	1980—1989	1990—1999	2000—2009	2010—2012
Среднее число цитирований в год	1.5	4.3	3.3	3.6	7.9	8.7

Разумеется, не могли обойти вниманием ивановскую публикацию А. И. Мальцева этапные монографии по *комбинаторной теории групп* (КТГ) и смежным вопросам алгебры. Прежде всего, здесь следует указать «библию» КТГ [14], выдающуюся энциклопедию по *разрешимым* группам [13], монографию по *полициклическим* группам [16]. Отметим также некоторые более современные сочинения [11, 12, 17].

Особо следует остановиться на исследованиях *ивановской школы* КТГ, которая своим возникновением, безусловно, обязана влиянию А. И. Мальцева и продолжает свою деятельность в настоящее время (о чем можно подробнее прочесть во вступительной статье Д. И. Молдаванского к сборнику [1] трудов семинара по КТГ за 2000—2011 гг.). Кстати, в 9 из 32 работ этого сборника цитируется статья [8].

Возвращаемся теперь в наши дни (исподволь нас к этому побуждает приведенная выше таблица). За полвека в научном мире произошла, как принято красиво выражаться, «смена парадигм». Практически во всех странах, имеющих научные учреждения (причем в нашей стране, наверное, в последнюю очередь), восторжествовала псевдообъективная методика численной оценки успешности как отдельных ученых, так и научных организаций, а также периодических научных изданий. Скажем, пресловутый индекс Хирша $\boldsymbol{h}$ для некоторого ученого $\boldsymbol{A}$ определяется как *наибольшее из таких на-*

*туральных чисел **n***, что в списке трудов ученого ***A*** имеется ***n*** *публикаций*, на каждую из которых зарегистрировано (в некоторой, признанной всеми странами, базе данных ***B***) *не менее **n** ссылок*. Относительный индекс Хирша получается делением ***h*** на *время с момента первой публикации* автора ***A***.

Критически настроенными исследователями эта концепция давно разбита в пух и прах, как и все ее «усовершенствования». Достаточно познакомиться, например, со статьями в сборнике «Игра в цыфирь» ([6], написание соответствует принятому в книге и, возможно, является намеком на безнадежный архаизм новаторов). Сборник издан в 2011 г., в самом что ни на есть «проевропейском» учебно-научном заведении, в знаменитом Московском центре непрерывного математического образования; он содержит четыре (переводных) статьи и ряд сопутствующих материалов. Заголовки некоторых статей являются говорящими; например, статья американского математика, профессора университета Миннесоты Д. Арнольда (в соавторстве с сотрудницей математической библиотеки К. Фаулер) называется «*Гнусные цифры*». В сборнике приводятся также ссылки на ряд содержательных исследований (см., к примеру, статью [4] философов-науковедов В. Г. Горохова и Г. Бехманна); оказывается, «*...преимущественное использование библиометрических показателей (числа публикаций) для оценки научных результатов привело к резкому понижению качества исследований в масштабах целой страны (Австралия)*» [6, с. 68].

Интернет гудит дискуссиями. Некоторые, молодые да ранние, активно «меряются Хиршами» и покусывают стариков; другие делятся опытом «возгонки» индексов. Скажем, на портале madan, предназначенном «*для всех, кто профессионально занимается наукой или проявляет к ней интерес*», можно ознакомиться с публикацией израильского журналиста Б. Дубсона [5], в которой по пунктам анализируются секреты библиометрических достижений и, в частности, скептически оцениваются шансы А. Эйнштейна, если бы он начинал работу в наши дни; кроме того, цитируется (приводимый ниже) пассаж из интервью (2006 г.) президента РАН академика Ю. С. Осипова «Российской газете» [10]. Президент рассказывает: «*У нас есть один очень известный алгебраист. Когда стали мусолить ситуацию с индексом цитирования, он поспорил, что в течение двух лет его индекс цитирования просто взлетит. И он это сделал: договорился с коллегами-иностранцами и своими, чтобы в статьях друг на друга ссылаться. Всегда же можно написать, что вот к изучаемой проблеме примыкают такие-то работы*». Кстати, именно против академии направлены наиболее энергичные выпады реформаторов: у академиков надо проверить индексы, после чего академию расформировать, а академические привилегии поделить между активистами с максимальным индексом Хирша.

Мы живем в эру торжества администраторов и бюрократов от науки и образования. Причем в наших реалиях все издержки, связанные с использованием «лукавой цифири», обретают особенно гротескную форму. Отечественные реформаторы дружно и *некритически* подстроились в кильватер европейским и американским прогрессорам. Библиометрические индексы в науке — это аналог ЕГЭ в образовании. И индексы, и ЕГЭ имеют право на существование, но — в строго ограниченных рамках. Единый экзамен, задуманный как инструмент борьбы с коррупцией и необъективностью экзаменационных оценок, на деле перекорежил школьное образование так, что подготовка к нему стала фактически единственной целью обучения в старших классах. Аналогично внедрение библиометрии сделает (а где-то уже сделало) прирост индексов самоцелью, сверхзадачей для исследователей, научных институтов, журнальных редакций и университетов.

Все это категорически неприемлемо в условиях страны, которая снова (как обычно!) находится в *критической* ситуации, нуждается в немедленном старте развития, в научных прорывах и взлетах. Неужели действительно самым страшным для отечественной науки и образования является то обстоятельство, что зарубежные наставники брезгливо отказываются пускать наши университеты в свои рейтинги?

По-видимому, единственной силой, способной стимулировать реальный прогресс в науке, могут выступить *профессиональные сообщества* ученых (и, возможно, создаваемые этими сообществами *экспертные советы*). Так было до бюрократической революции; такое мнение высказывает президент РАН в цитированном выше интервью [10]; аналогичной точки зрения придерживаются авторы сборника [6], говоря о предпочтительности экспертных оценок сравнительно с формальными библиометрическими вычислениями. Впрочем, в российских условиях приходится считаться еще и с тем, что на предыдущих этапах реформ, в период слома всех традиций профессиональные сообщества были подвергнуты жесткой диффамации, а где-то просто (финансово) люмпенизированы. Эффективное функционирование науки немыслимо без подъема с колен высшей школы. Причем не только столичной. Вузовские сообщества вялым ворчанием встретили стандарты «нового поколения», в которых содержательная часть практически полностью купирована и замещена начетнической фразеологией «про компетенции». Однако в итоге всем пришлось смириться с новыми установками и вплотную заняться сочинением объемистых «комплексов», расписывать, какими замечательными (но реально никак не проверяемыми) качествами и достоинствами должны обладать вузовские выпускники. Это — еще одна ипостась Великой Бюрократизации.

Возвращаясь к исходной точке анализа, к сопоставлению нынешней ситуации в науке и образовании с трудной (но какой-то просветленной и целеустремленной) жизнью отечественных ученых середины XX в., мы задумываемся над тем, каким могло бы быть отношение Анатолия Ивановича Мальцева и его коллег к идеям менеджмента в науке на основе статистики публикаций, к превращению народного просвещения в систему образовательных услуг. Разумеется, мы не сможем получить однозначного и исчерпывающего ответа на эти вопросы, хотя люди, хорошо знавшие Анатолия Ивановича и оставившие о нем содержательные воспоминания, практически единогласно свидетельствуют о его бескомпромиссном отрицании как педагогического начетничества, так и избыточного формализма в оценке научной и преподавательской деятельности. Например, в воспоминаниях об А. И. Мальцеве [3], опубликованных в мемориальном сборнике в 1973 г., М. И. Каргаполов очень интересно рассказывает об ироническом отношении Анатолия Ивановича к организаторам науки, о его идеях по поводу оптимального количества ученых степеней и т. д.

Увы, организаторы-администраторы в науке и образовании обрели невиданную доселе силу и влияние. Очевидно, в ближайшие годы с этим придется жить молодому поколению исследователей и преподавателей, хотя, безусловно, надежда на возобладание здравого смысла и небюрократической логики сохраняется.

Библиографический список

1. Аппроксимационные свойства групп : зап. семинара по комбинаторной теории групп / под ред. Д. И. Молдаванского, Н. И. Яцкина. Saarbrucken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 285 p.
2. *Балдин К. Е.* Ивановский государственный университет, 1918—2003 годы : очерки истории. Иваново : Иван. гос. ун-т, 2004. 588 с.
3. Воспоминания об А. И. Мальцеве : из выступлений на открытии Десятого Всесоюзного алгебраического коллоквиума, посвященного памяти академика А. И. Мальцева // Избр. вопросы алгебры и логики. Новосибирск : Наука, 1973. С. 300—314.
4. *Горохов В. Г., Бехманн Г.* Изменение роли науки в обществе: поиск новых идеалов в научной системе Германии // Вестн. РАН. 2010. Т. 80, № 3. С. 258—266.
5. *Дубсон Б.* Еще раз о «гармониях и цифирях» // Интернет-портал madan, 18/07/2010. URL: http://madan.org.il/node/475 (дата обращения: 03.04.2013).
6. Игра в цыфирь, или Как теперь оценивают труд ученого : сб. ст. по библиометрике. М. : МЦНМО, 2011. 72 с. URL: http://www.mccme.ru/free-books/bibliometric.pdf (дата обращения: 03.04.2013).
7. *Мальцев А. И.* Избранные труды : в 2 т. М. : Наука, 1976. Т. 1. 486 с. ; Т. 2. 386 с.
8. *Мальцев А. И.* О гомоморфизмах на конечные группы // Учен. зап. Иван. гос. пед. ин-та. 1958. Т. 13. С. 49—66.
9. *Мальцев А. И.* Об одном общем методе получения локальных теорем теории групп // Учен. зап. Иван. гос. пед. ин-та. 1941. Т. 1, вып. 1. С. 3—9.
10. *Осипов Ю. С.* Знаменатели и числители // Российская газета. 2006. 9 сент. URL: http://www.rg.ru/2006/09/12/osipov.html (дата обращения: 03.04.2013).
11. *Ceccherini-Silberstein T., Coornaert M.* Cellular Automata and Groups. Berlin, etc. : Springer-Verlag, 2010. 439 p.
12. *Kurdachenko L., Otal J., Subbotin I.* Groups with Prescribed Quotient Groups and Associated Module Theory. New Jersey, etc. : World Scientific, 2002. 227 p.
13. *Lennox J. C., Robinson D. J.* The Theory of Infinite Soluble Groups. Oxford : Clarendon Press, 2004. 342 p.
14. *Lyndon R. C., Schupp P. E.* Combinatorial Group Theory. Berlin, etc. : Springer-Verlag, 1977. 339 p. (русское издание: *Линдон Р., Шупп П.* Комбинаторная теория групп. М. : Мир, 1980. 448 с.).
15. *Mal'cev A. I.* On homomorphisms onto finite groups // Twelve Papers in Algebra : American Mathematical Society Translations. Ser. 2. 1983. Vol. 119. P. 67—80.
16. *Segal D.* Polycyclic Groups. New York : Cambridge Univ. Press, 1983. 289 p.
17. *Wehrfritz B. A. F.* Group and Ring Theoretic Properties of Polycyclic Groups. Berlin, etc. : Springer-Verlag, 2009. 128 p.

Сведения об авторах

АБДУЛЛАЕВ Махрам Гасанович	доктор химических наук, профессор кафедры естественных наук, Дагестанский государственный университет, филиал в г. Дербенте. mahram-igu@rambler.ru
АЗАРОВ Дмитрий Николаевич	кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник кафедры алгебры и математической логики, Ивановский государственный университет. azarov@ivanovo.ac.ru
БАРИНОВА Марина Олеговна	кандидат биологических наук, доцент кафедры общей биологии и физиологии, Ивановский государственный университет. nayka@list.ru
БЕЛЬЦОВ Алексей Сергеевич	агроном ботанического сада, Ивановский государственный университет. beltsov_89@mail.ru
БОГДАНОВА Татьяна Сергеевна	студентка 4-го курса биолого-химического факультета, Ивановский государственный университет. (4932) 37-37-03
БОГОМОЛОВ Адольф Федорович	кандидат медицинских наук, доцент кафедры физиологии человека и животных, Ивановский государственный университет.
БОРИСОВА Ирина Николаевна	директор ботанического сада, Ивановский государственный университет. (4932) 33-64-52
БУЛЫГИН Алексей Николаевич	кандидат медицинских наук, доцент кафедры нормальной физиологии, Ивановская государственная медицинская академия. (4932) 30-02-41
ГОЛЬЦОВ Дмитрий Владимирович	аспирант кафедры алгебры и математической логики, Ивановский государственный университет. goltsov_89@mail.ru
ДАВИДЗОН Михаил Иосифович	кандидат технических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики, Ивановский государственный университет. davese@mail.ru
ЕСЕРГЕПОВ Александр	аспирант кафедры ботаники и зоологии, Ивановский государственный университет. (4932) 30-17-82
ЕФИМОВА Дарья Олеговна	студентка 4-го курса биолого-химического факультета, Ивановский государственный университет. (4932) 37-37-03

ЗАРИПОВ Владимир Николаевич кандидат биологических наук, доцент кафедры общей биологии и физиологии, Ивановский государственный университет. zaripov@ivanovo.ac.ru

ИСАЕВ Владимир Анатольевич доктор биологических наук, профессор кафедры общей биологии и физиологии, Ивановский государственный университет. viam_e@mail.ru

КАРПОВА Ольга Владимировна аспирантка кафедры травматологии, ортопедии и ВПХ, Ивановская государственная медицинская академия. karpulechka @ mail/ru

КЛЮЕВ Михаил Васильевич доктор химических наук, профессор, декан биолого-химического факультета, заведующий кафедрой органической и физической химии, Ивановский государственный университет. klyuev@inbox.ru

КОПТЕВА Александра Андреевна студентка математического факультета, Ивановский государственный университет. (4932) 30-02-42

КРЫЛОВ Евгений Николаевич доктор химических наук, профессор кафедры органической и физической химии, Ивановский государственный университет. enk2000S@yandex.ru

ЛЬВОВ Сергей Евтихиевич доктор медицинских наук, профессор, заведующий кафедрой травматологии, ортопедии и ВПХ, заслуженный врач РФ, Ивановская государственная медицинская академия.

МЕЛЬНИКОВ Владимир Николаевич кандидат биологических наук, доцент кафедры ботаники и зоологии, Ивановский государственный университет. (4932) 30-17-82

МИНЕЕВА Лариса Юрьевна кандидат педагогических наук, доцент, заведующая кафедрой ботаники и зоологии, Ивановский государственный университет. lmin1@mail.ru

РОЗОВ Алексей Вячеславович аспирант кафедры алгебры и математической логики, Ивановский государственный университет. post-box023@mail.ru

СКВОРЦОВА Ольга Евгеньевна ведущий инженер ботанического сада, Ивановский государственный университет. skvortsova.2010@mail.ru

СОКОЛОВ Евгений Викторович кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой вычислительной и прикладной математики, Ивановский государственный университет. ev-sokolov@yandex.ru

ТУМАНОВА Елена Александровна аспирантка кафедры алгебры и математической логики, Ивановский государственный университет. helenfog@bk.ru

ХАШИН Сергей Иванович кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной и прикладной математики, Ивановский государственный университет. khash2@mail.ru

ХУДЯКОВА Екатерина Александровна аспирантка кафедры ботаники и зоологии, Ивановский государственный университет. (4932) 30-17-82

ЧУДНЕНКО Дмитрий Евгеньевич кандидат биологических наук, доцент кафедры ботаники и зоологии, Ивановский государственный университет. (4932) 30-17-82

ЯЦКИН Николай Иванович кандидат физико-математических наук, профессор кафедры алгебры и математической логики, Ивановский государственный университет. niiya@mail.ru

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ «ВЕСТНИКА ИВАНОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА»

1. В журнал принимаются материалы в электронном виде на дискете стандартного формата с приложением одного экземпляра распечатки на белой бумаге.

Максимальный размер статьи — 1,0 авт. л. (20 страниц текста через 1,5 интервала, 30 строк на странице формата А4, не более 65 знаков в строке, выполненного в редакторе Microsoft Word шрифтом Times New Roman или Times New Roman Cyr, кегль 14), сообщения — 0,5 авт. л. (10 страниц).

2. Материал для журнала должен быть оформлен в следующей последовательности: **УДК** (для естественных и технических специальностей), **ББК** (в библиографическом отделе библиотеки ИвГУ); на русском и английском языках: **инициалы и фамилия автора, название материала**, для научных статей — **аннотация** (объемом 10—15 строк), **ключевые слова; текст статьи** (сообщения).

3. Библиографические источники должны быть пронумерованы в алфавитном порядке, ссылки даются в тексте статьи в скобках в строгом соответствии с пристатейным списком литературы. Библиографическое описание литературных источников к статье оформляется в соответствии с ГОСТами 7.1—2003, 7.0.5—2008. В каждом пункте библиографического списка, составленного в алфавитном порядке (сначала произведения на русском языке, затем на иностранном), приводится одна работа. В выходных сведениях обязательно указание издательства и количества страниц, в ссылке на электронный ресурс — даты обращения.

4. Фотографии, прилагаемые к статье, должны быть черно-белыми, контрастными, рисунки — четкими.

5. В конце представленных материалов следует указать полный почтовый адрес автора, его телефон, фамилию, имя, отчество, ученую степень, звание, должность. Материал должен быть подписан всеми авторами.

6. Направление в редакцию ранее опубликованных и принятых к печати в других изданиях работ не допускается.

7. Редакция оставляет за собой право осуществлять литературную правку, корректирование и сокращение текстов статей.

8. Рукописи аспирантов публикуются бесплатно.

ПРАВИЛА РЕЦЕНЗИРОВАНИЯ СТАТЕЙ

1. Статьи авторов, являющихся преподавателями, сотрудниками или обучающимися ИвГУ, принимаются редакционной коллегией соответствующей серии (выпуска) на основании письменного решения (рекомендации) кафедры или научного подразделения ИвГУ и рецензии доктора наук, не являющегося научным руководителем (консультантом), руководителем или сотрудником кафедры или подразделения, где работает автор.

2. Статьи авторов, не работающих и не обучающихся в ИвГУ, принимаются редакционной коллегией соответствующей серии (выпуска) на основании рекомендации их вуза или научного учреждения и рецензии доктора наук, работающего в ИвГУ.

3. Поступившие статьи проходят далее рецензирование одного из членов редколлегии соответствующей серии (выпуска), являющегося специалистом в данной области.

4. Статья принимается к публикации при наличии двух положительных рецензий и положительного решения редколлегии серии (выпуска). Порядок и очередность публикации статьи определяются в зависимости от объема публикуемых материалов и тематики выпуска.

5. В случае отклонения статьи автору направляется аргументированный отказ в письменной (электронной) форме. Авторы имеют право на доработку статьи или ее замену другим материалом.

ВЕСТНИК
ИВАНОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия «Естественные, общественные науки»
2013. Вып. 2. Биология. Химия. Физика. Математика

Подписано в печать 12.07.2013 г. Формат $70 \times 108^1/_{16}$. Бумага писчая.
Печать плоская. Усл. печ. л. 10,3. Уч.-изд. л. 6,3. Тираж 200 экз.

Издательство «Ивановский государственный университет»
✉ 153025 Иваново, ул. Ермака, 39 ☏ (4932) 93-43-41
E-mail: publisher@ivanovo.ac.ru